

# RESSAUT HYDRAULIQUE CLASSIQUE ET CONTROLE DANS QUELQUES PROFILS DE CANAUX (Première partie)

B. ACHOUR, M. DEBABECHE, M. KHATTAOUI, A. BEDJAOUI

## RESUME

Le ressaut hydraulique à écoulement amont non développé, évoluant dans une galerie circulaire brusquement élargie est examiné du point de vue théorique et expérimentale. La relation fonctionnelle liant les divers paramètres intervenant au phénomène est définie et permet en particulier le calcul du taux d'élargissement de la galerie nécessaire à la formation du ressaut. Enfin, les caractéristiques de celui-ci, telles que ses longueurs et son profil de surface axial, sont quantifiées.

Le contrôle d'un ressaut par seuil à paroi mince et épaisse dans un canal profilé en  $U$  est examiné d'un point de vue théorique et expérimental. Sous certaines hypothèses simplificatrices, le développement théorique conduit à des relations explicites des hauteurs relatives des seuils, tout en tenant compte de l'effet de la vitesse d'approche de l'écoulement. Ceci a permis de déduire la relation fonctionnelle régissant le contrôle du ressaut dans un canal rectangulaire, en remplacement de l'équation de *Forster* et *Skrinde* qui nécessite un réajustement. Une étude particulière est présentée pour définir les conditions d'un seuil relatif minimal à paroi épaisse. Enfin, la longueur relative du ressaut est quantifiée en tenant compte de l'influence de la hauteur relative de l'écoulement incident.

Le contrôle du ressaut hydraulique par un seuil continu à paroi mince dans un canal de section triangulaire à angle d'ouverture de  $90^\circ$  est analysé par voie expérimentale. Une relation traduisant le contrôle du ressaut sous des conditions quelconques de formation est présentée en termes adimensionnels afin de lui donner un caractère de validité générale. L'effet du seuil sur la compacité du bassin amortisseur est observé et quantifié. Cette recherche trouve son application dans les raies d'irrigation de forme triangulaire, utilisant la capacité du ressaut à surélever le plan de charge à l'aval de l'écoulement.

## I. INTRODUCTION

Le ressaut hydraulique a fait l'objet de nombreuses études, aussi bien théoriques qu'expérimentales. C'est surtout le canal rectangulaire qui a attiré l'attention de nombreux chercheurs, en raison sans doute de sa simplicité géométrique et de la facilité de sa mise en œuvre. L'expérimentation a montré qu'en règle générale, le ressaut est bien régi par l'équation de la quantité de mouvement quelque soit la forme du canal considéré. Cette équation a pour but de déterminer le rapport des hauteurs conjuguées du ressaut classique évoluant dans des profils prismatiques tel que le canal rectangulaire, ou la hauteur relative du ressaut pour le cas des canaux circulaire et profilé en  $U$  qui intéressent particulièrement le présent rapport. Le profil en  $U$  est constitué à la base d'un demi cercle, surmonté latéralement de deux parois verticales. Dans une telle géométrie, le ressaut peut évoluer dans la partie circulaire du canal ou dans l'ensemble du profil en  $U$ . Les premiers développements relatifs au ressaut dans ce canal, caractérisé par un diamètre  $D$ , sont certainement ceux de *Hager* (1989). L'étude a également concerné le ressaut évoluant dans la zone semi-circulaire et la fonction  $f(q, y_1, y_2) = 0$  issue de l'équation de la quantité de mouvement a été entièrement définie par une approche théorique, où  $q = Q / \sqrt{gD^5}$  est le débit relatif,  $y_1 = h_1/D$  et  $y_2 = h_2/D$  désignent respectivement la hauteur relative initiale et finale du ressaut. L'équation proposée traduit l'interdépendance des paramètres précédemment cités quelque soit le lieu géométrique dans lequel évolue le ressaut. Une légère différence a été observée entre les hauteurs relatives  $y_2$  mesurées et calculées et cette différence a été essentiellement attribuée à l'effet des frottements laissé hors considération lors du développement théorique. L'étude des caractéristiques du ressaut a montré que sa longueur relative  $L_j/h_2$  est en moyenne égale à 6, valeur comparable à celle du ressaut classique dans le canal rectangulaire. Ce résultat a été expérimentalement obtenu dans la gamme  $2,5 < F_1 < 9$  du nombre de Froude incident et pour des hauteurs relatives  $y_1$  variant entre 0,1 et 0,4. La définition adoptée pour la mesure de  $L_j$  est celle proposée par *Rajaratnam* (1967) et selon laquelle cette longueur correspond à la distance horizontale séparant la section initiale du ressaut à la section aval de plus grande profondeur. L'influence de plus faibles valeurs de  $y_1$  sur  $L_j/h_2$  a été expérimentalement examinée par *Achour* et *Debabèche* (2002).

Aucune étude n'est également à signaler concernant le contrôle du ressaut par un seuil à parois mince et épaisse dans un canal profilé en  $U$ , à l'exception de celle de *Achour* et *Debabèche* (2002). Cette étude vise principalement à définir la hauteur relative des seuils à parois mince et épaisse nécessaire au contrôle du ressaut. Un développement théorique est proposé et définit notamment les conditions d'un seuil relatif minimal franchi par un écoulement en régime critique. L'étude s'intéresse également à la quantification de la longueur relative du ressaut et à sa variation sous l'influence de la hauteur relative initiale de l'écoulement. L'étude a permis notamment de déduire la relation

générale régissant le contrôle du ressaut dans un canal rectangulaire, tout en tenant compte de l'influence de la vitesse d'approche de l'écoulement. La relation obtenue est explicite et a été suggérée en remplacement de celle de *Forster et Skrinde* (1950).

L'un des ouvrages le plus souvent rencontré en pratique est la galerie circulaire brusquement élargie (*Achour*, 2000), généralement associée aux évacuateurs de crues en puits. Elle est connectée au puits de l'évacuateur par l'intermédiaire d'un coude de diamètre de sortie très inférieur à celui de la galerie. Ce type d'ouvrage fonctionne sous des charges très élevées impliquant une importante énergie cinétique à la sortie du coude, c'est à dire au droit de l'élargissement. L'écoulement dans le coude est le plus souvent en charge, tandis que la galerie est en règle générale le siège d'un écoulement à surface libre. La galerie s'étend sur une longueur souvent importante pour aboutir plus à l'aval dans l'oued dans lequel elle déverse le débit recueilli par l'évacuateur. La profondeur de l'écoulement dans l'oued peut s'élever et son influence sur le comportement de l'écoulement dans la galerie peut ne pas être insignifiant. Si le plan de charge à l'aval de l'élargissement est tel que l'écoulement y est en régime fluvial, un ressaut peut prendre naissance à l'intérieur de la galerie et dont la position initiale dépendra fortement des conditions de l'écoulement incident.

L'objectif principal de l'étude de *Achour* (2000) a été d'observer expérimentalement le comportement du ressaut dans une galerie horizontale et circulaire brusquement élargie. Le ressaut est créé de telle manière que l'écoulement incident soit non développé. La relation fonctionnelle liant les divers paramètres intervenant au phénomène a été définie et présentée en termes adimensionnels afin de lui donner un caractère de validité générale. L'influence du taux d'élargissement a été également observée ainsi que celle du débit relatif rapporté au tronçon initial de la conduite circulaire générant l'écoulement incident. Les caractéristiques du ressaut telles que ses longueurs ainsi que son profil de surface ont été quantifiées et des relations simples adimensionnelles ont été proposées.

Le ressaut hydraulique évoluant dans une conduite ou une galerie circulaire partiellement occupée par l'écoulement n'a fait l'objet que de quelques recherches. Les travaux les plus significatifs et qui ont contribué à définir les caractéristiques du ressaut tel que le rapport  $Y$  des hauteurs conjuguées sont ceux de *Lane et Kindsvater* (1938), *Rajaratnam* (1964; 1965; 1967) et *Kunstatsky et Vybora* (1966). Ces travaux ont surtout montré que les rapports  $Y$  expérimentaux sont légèrement inférieurs aux rapports théoriques; cette particularité a été par ailleurs confirmée par les essais de *Silvester* (1964).

Les travaux de *Rajaratnam* (1964; 1965; 1967) ont notamment mis l'accent sur la formation latérale d'une expansion de l'écoulement incident caractérisant le pied du ressaut, aussi bien pour le canal à géométrie exponentielle que circulaire.

Les études les plus récentes effectuées sur le ressaut dans une conduite circulaire, dépourvue d'élargissement, sont celles de *Hager* (1987; 1989), mais les essais ont cependant été menés dans une conduite profilée en "U". Le modèle physique testé a permis en outre une étude comparative des caractéristiques du ressaut évoluant dans une conduite circulaire et une conduite en "U". Pour la même valeur de la hauteur relative initiale du ressaut et du débit relatif évacué par le canal, les essais ont montré que le rapport  $Y$  des hauteurs conjuguées ne sont que légèrement différents. Pour les valeurs élevées de la hauteur relative initiale de l'écoulement incident, les caractéristiques du ressaut dans le canal profilé en "U" sont comparables à celles du ressaut évoluant dans un canal de section droite rectangulaire.

Le ressaut hydraulique évoluant dans un canal de section droite triangulaire n'a pas connu un aussi grand intérêt que celui accordé à son homologue du canal rectangulaire. Cependant, bien que rares, les études qui y ont été consacrées tendent à montrer que le ressaut hydraulique dans un canal triangulaire est beaucoup plus avantageux vis-à-vis de la dissipation d'énergie et requiert une plus faible hauteur finale à l'aval pour la même valeur du nombre de Froude incident (*Hager et Wanoschek*, 1985). Toutefois, le choix de la section d'un bassin amortisseur ne repose pas seulement sur le seul critère d'efficacité mais également sur l'aspect économique lié à sa réalisation ainsi que sur la stabilité du ressaut. Les premiers travaux connus sont ceux d'*Argyropoulos* (1962) et de *Rajaratnam* (1964) à travers son analyse des recherches de *Silvester* (1964). Tandis que le premier a mené son expérimentation dans un canal symétrique d'angle d'ouverture de  $47^\circ$  environ, le second a testé un canal d'angle d'ouverture de  $60^\circ$ . Les résultats ont montré, en règle générale, que l'équation de la quantité de mouvement demeure suffisante pour évaluer le rapport  $Y$  des hauteurs conjuguées, bien que les points de mesures tendent à indiquer que  $Y$  expérimental est légèrement inférieur au rapport  $Y$  théorique. Cet écart, estimé à environ 5% est également observé à travers l'analyse des résultats obtenus par *Hager et Wanoschek* (1985) pour le canal triangulaire d'angle d'ouverture de  $90^\circ$ . Il faut cependant signaler que cette dernière étude a été expérimentalement entreprise dans un canal semi-triangulaire d'angle d'ouverture de  $45^\circ$  composé d'une paroi verticale et d'une paroi inclinée et les résultats obtenus ont été extrapolés au ressaut évoluant dans le canal triangulaire symétrique d'angle d'ouverture de  $90^\circ$ . Cette extrapolation peut paraître peu fiable eu égard à l'influence que peut avoir la paroi verticale sur les caractéristiques d'un tel ressaut dont le comportement est de nature tridimensionnelle. En effet, des travaux plus récents (*Achour*, 1997) et relatifs au ressaut dans un canal symétrique d'angle d'ouverture de  $90^\circ$  ont abouti à des conclusions différentes de celles de *Hager et Wanoschek* (1985), notamment en ce qui concerne les longueurs caractéristiques du ressaut. Par ailleurs, la bibliographie montre que les travaux concernant le contrôle du ressaut par seuil n'ont été entrepris que sur le

canal de section droite rectangulaire, tels que ceux de *Forster* et *Skrinde* (1950) et de *Hager* et *Li* (1992).

L'étude de *Achour* (1997) s'est proposée d'examiner, par la voie de l'expérimentation au laboratoire, le ressaut hydraulique contrôlé par un seuil continu à paroi mince dans un canal symétrique d'angle d'ouverture de  $90^\circ$ . L'influence du seuil sur les caractéristiques du ressaut tel que  $Y$  ainsi que sur la compacité du canal a été observée. Des relations adimensionnelles liant les divers paramètres intervenant au phénomène ont été proposées, notamment celle régissant le contrôle du ressaut sous des conditions quelconques de formation. Il faut cependant noter que la forme triangulaire n'est pas du tout adaptée aux grandes structures telles que les bassins amortisseurs, mais elle présente de multiples avantages lorsqu'elle est utilisée, à titre d'exemple, dans les raies d'irrigation. Dans ce cas, il est intéressant d'exploiter la capacité naturelle ou contrôlé d'un ressaut triangulaire à surélever le plan de charge aval (*Achour*, 1989) et cette particularité est souvent recherchée pour le prélèvement du débit requis. C'est dans ce domaine que ce travail trouve son application.

Le présent rapport se propose de présenter les travaux effectués par le laboratoire LARHYSS et relatifs au ressaut dans quelques profils géométriques de canaux, notamment ceux que nous venons de citer. Notre attention portera essentiellement sur le canal profilé en  $U$  ainsi que sur la galerie circulaire brusquement élargie de l'évacuateur de crues en puits. Une étude particulière du ressaut contrôlé dans un canal triangulaire symétrique à angle d'ouverture de  $90^\circ$  sera également présentée.

## II. RESSAUT CONTROLE PAR SEUIL DANS UN CANAL EN U

### II.1. Théorie

#### II.1.1. Seuil relatif minimal à paroi épaisse

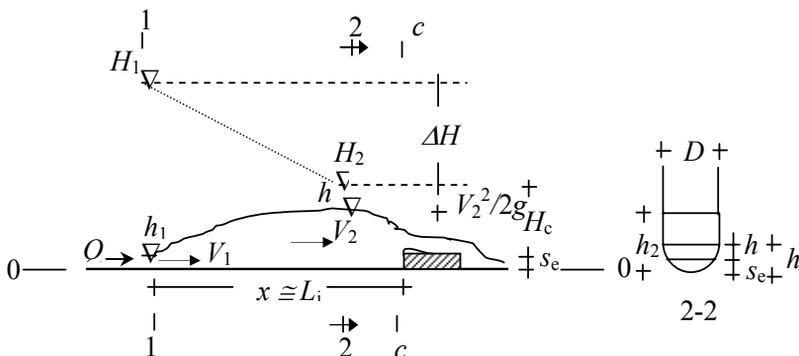


Figure 1 : Ressaut contrôlé par un seuil à paroi épaisse franchi en régime critique.  
Schéma de définition

La figure 1 montre un ressaut contrôlé par seuil à paroi épaisse de hauteur  $s_c$  dans un canal profilé en  $U$  caractérisé par le diamètre  $D$ . Le seuil dénoyé est placé à une distance  $x$  environ égale à la longueur  $L_j$  du pied du ressaut dont les hauteurs conjuguées sont  $h_1$  et  $h_2$ . L'écoulement étant en régime fluvial à l'amont et torrentiel à l'aval, le seuil est alors franchi en régime critique dans la section  $c-c$  de profondeur relative  $y_c = h_c/D$  et d'aire relative  $A_c^* = A_c/D^2$  satisfaisant la condition  $(q^2/A_c^{*3})(\partial A_c^*/\partial y_c)=1$ . Lorsque  $y_o=h_o/D = (y_c+s_c/D)\leq 1/2$ , on a  $A_c^* = (q^2 \sin \theta_o)^{1/3}$  où  $\theta_o = \cos^{-1}(1 - 2y_o)$ , et lorsque  $y_o > 1/2$ , on a  $A_c^* = q^{2/3}$ . Mais pour l'ensemble des valeurs  $y_o \geq 0$ , on peut écrire avec une excellente approximation  $A_c^* = [q^2 \varphi(y_o)]^{1/3}$  où  $\varphi(y_o) = 2\sqrt{y_o}(1 - 5y_o/9)$ .

La condition critique s'écrit (figure 1) :

$$H_2/D = s_c/D + H_c/D \tag{1}$$

où  $H_2/D = y_2 + q^2/(2A_c^{*2})$  est la charge totale relative dans la section 2-2, d'aire relative  $A_c^* = A_2/D^2 = (y_2 - C_o)$ , avec  $C_o = (1 - \pi/4)/2$ .

La charge relative critique est  $H_c/D = y_c + \frac{q^2}{2A_c^{*2}} = y_c + \frac{1}{2} \left[ \frac{q}{\varphi(y_o)} \right]^{2/3}$ .

La relation (1) devient donc :

$$y_2 + \frac{1}{2} \frac{q^2}{(y_2 - C_o)^2} = y_o + \frac{1}{2} \left[ \frac{q}{\varphi(y_o)} \right]^{2/3} \tag{2}$$

Les paramètres  $y_2$  et  $q$  sont liés à la hauteur relative initiale  $y_1$  du ressaut par l'équation de la quantité de mouvement appliquée sous sa forme classique entre les sections 1-1 et 2-2 de la figure 1. On peut alors écrire que :

$\bar{h}_1 A_1 + Q^2/(gA_1) = \bar{h}_2 A_2 + Q^2/(gA_2)$ , où  $\bar{h}_1 = (D^3/12A_1)\sin^3 \theta_1 - (D/2)\cos \theta_1$  est la position du centre de gravité de la section amont  $A_1$ ,  $\bar{h}_2 = (D/2)[(y_2 - 1/2)(y_2 + 1/2 - 2C_o) + 1/6]/(y_2 - C_o)$  est la position du centre de gravité de la section aval  $A_2$  et  $\theta_1 = \cos^{-1}(1 - 2y_1)$ .

Pour  $y_1 < 1/2$  et  $y_2 \geq 1/2$ , l'équation de la quantité de mouvement est donc :

$$\frac{32q^2}{\theta_1 - \sin \theta_1 \cos \theta_1} - (\theta_1 - \sin \theta_1 \cos \theta_1) \cos \theta_1 - \frac{2}{3}(1 - \sin^3 \theta_1) = \frac{8q^2}{y_2 - C_o} + (2y_2 - 4C_o + 1)(2y_2 - 1) \tag{3}$$

Un ajustement de la relation (3) a permis d'écrire que le débit relatif  $q$  doit être tel que  $q \geq 0,432y_1^{0,85}$ ,  $R^2 = 0,999$ . Pour une valeur donnée de  $y_1$  et de  $q$ , l'inégalité précédente permet de prévoir le lieu géométrique dans lequel évoluera le ressaut.

La figure 2 indique la variation de  $y_o = f(q)$  selon les relations (2) et (3) dans la gamme  $0 < y_1 < 1/2$  et pour diverses valeurs de  $y_2$ . Elle montre d'une part que  $y_o < y_2$  et que pour la même valeur de  $y_o$  il existe deux valeurs distinctes du débit relatif  $q$  d'autre part. Les courbes obtenues passent par un minimum  $y_{o \min}$  tel que  $dy_o/dq = 0$  et correspondant à un débit relatif  $q = q_o$ . La figure 2 montre également que  $y_o > 2/5$  et par suite  $[\varphi(y_o)]^{2/3} \rightarrow 1$ .

La relation (2) permet alors d'écrire que  $dy_o/dq = q/(y_2 - C_o)^2 - (3q^{1/3})^{-1}$ , soit :

$$q_o^{2/3} = \frac{y_2 - C_o}{\sqrt{3}} \tag{4}$$

En substituant (4) dans (2), il vient :

$$\frac{y_o \text{ min} - C_o}{y_2 - C_o} = \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{9}\right) \cong 0,8 \tag{5}$$

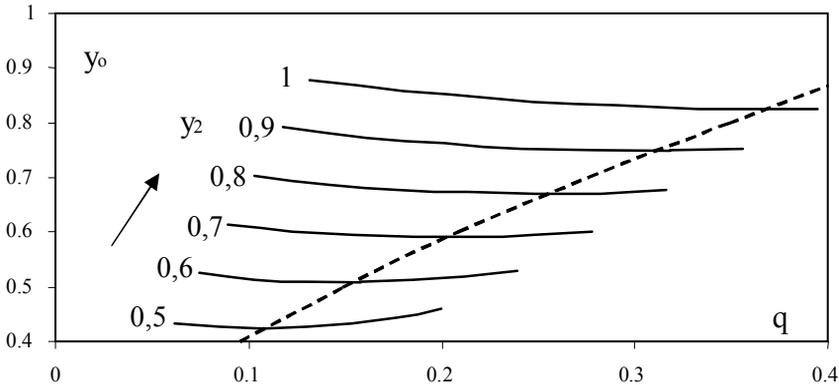


Figure 2 : Variation de  $y_o = f(q)$  selon les relations (2) et (3) pour  $0 < y_1 < 1/2$ . (- - -)  $y_o \text{ min} = \psi(q)$  selon la relation (6).

La combinaison des relations (4) et (5) permet d'écrire  $y_o \text{ min} = (\sqrt{3} - \frac{1}{3})q_o^{2/3} + C_o$ . En tenant compte des relations (3) et (4), on peut montrer que  $y_1 \approx (3/5)\sqrt{q_o}$ . Avec  $(A^*_o - A^*_s) = [q^2 \varphi(y_o)]^{1/3} = q^{2/3}$ , et pour  $y_o > 2/5$ , l'approximation  $A^*_o \approx (y_o - C_o)$  donne, avec une erreur inférieure 0,25%:

$$q^{2/3} = y_o - A^*_s - C_o \tag{6}$$

Lorsque  $q = q_o$ , la relation (6) devient :

$A^*_s = (\theta_s - \sin \theta_s \cos \theta_s) / 4 = (\sqrt{3} - 4/3)q_o^{2/3} \approx (2/5)q_o^{2/3}$  et étant donné que  $q_o > 0,1$ , on peut écrire avec une erreur inférieure à 3%, que  $2(s_e / D)_{\text{min}} \approx \sqrt{q_o} = (5/3)y_1$ . On peut donc conclure qu'un seul des paramètres  $y_2$ ,  $q = q_o$  et  $y_1$  permet d'évaluer la hauteur relative minimale  $(s_e / D)_{\text{min}}$  du seuil. La relation (6) montre que, pour  $s_e / D \geq 1/3$ ,  $y_c = h_c / D \rightarrow q^{2/3}$ , et la variation de la profondeur critique relative  $y_c$  au-dessus d'un seuil placé dans un canal profilé en U est alors identique à celle dans un canal rectangulaire de largeur  $b = D$ .

### II.1.2. Relation générale régissant le contrôle du ressaut

La combinaison des relations (2) et (6) permet d'écrire, pour  $[\phi(y_0)]^{2/3} \rightarrow 1$  :

$$(y_2 - C_0) + \frac{1}{2} \frac{q^2}{(y_2 - C_0)^2} - \frac{3}{2} q^{2/3} = A_s^* \quad (7)$$

ou bien, en divisant par  $y_1$  :

$$(Y - C_0 y_1^{-1}) + \frac{1}{2} \frac{q^2}{y_1^3 (Y - C_0 y_1^{-1})^2} - \frac{3}{2} \frac{q^{2/3}}{y_1} = A_s^* y_1^{-1} \quad (8)$$

avec  $Y = h_2/h_1$  le rapport des hauteurs conjuguées du ressaut. L'expérience montre que le second terme de l'équation (7),  $\sigma_{1U} = [q/(y_2 - C_0)]^2/2 = V_2^2/(2gD)$  est négligeable,  $V_2$  étant la vitesse moyenne de l'écoulement à l'aval du ressaut. Par contre, le facteur  $\sigma_{2U} = q^2/[2y_1^3(Y - C_0 y_1^{-1})^2] = V_2^2/(2gh_1) = \sigma_{1U}/y_1$  de la relation (8) est non négligeable. En effet, nos propres essais ainsi que ceux de *Hager* (1989) indiquent que, selon la valeur du nombre de Froude incident,  $0,13 \leq \sigma_{2U} \leq 0,27$ . Par analogie à la relation approchée de *Hager* (1987), on peut écrire  $A_s^* = (4/3)(s_e/D)^{3/2}(1 - s_e/3D)$ , et l'équation (7) devient :

$$y_2 - \frac{3}{2} q^{2/3} - C_0 = \frac{4}{3} \left( \frac{s_e}{D} \right)^{3/2} \left( 1 - \frac{1}{3} \frac{s_e}{D} \right) \quad (9)$$

Pour  $s_e/D \geq 1/3$  ( $y_c \rightarrow q^{2/3}$ ), on peut même écrire que  $A_s^* \approx (s_e/D - C_0)$  avec une erreur inférieure à 3%. Les relations (7) et (8) deviennent alors explicites en  $s_e/D$  et en  $S_e = s_e/h_1$  et s'écrivent respectivement :

$$\frac{s_e}{D} = y_2 + \sigma_{1U} - \frac{3}{2} q^{2/3} \quad (10)$$

$$S_e = Y + \sigma_{2U} - \frac{3}{2} \frac{q^{2/3}}{y_1} \quad (11)$$

En ce qui concerne le seuil à paroi mince de hauteur  $s_m$ , la configuration de la surface libre à l'aval du ressaut permet d'écrire que  $y_2 \approx y_c + s_m/D$ , avec  $y_c \rightarrow q^{2/3}$ . Ainsi, la relation régissant le contrôle du ressaut par un seuil à paroi mince s'écrit :

$$s_m/D = y_2 - q^{2/3} \quad (12)$$

ou bien, avec  $S_m = s_m/h_1$  :

$$S_m = Y - \frac{q^{2/3}}{y_1} \quad (13)$$

Une étude comparative entre les relations (10) et (12) pour  $\sigma_{1U} = 0$  montre que le contrôle du ressaut implique des hauteurs de seuil à paroi mince supérieures à celles du seuil à paroi épaisse .

### II.1.3. Canal rectangulaire

Le contrôle du ressaut par un seuil à paroi épaisse dans un canal rectangulaire de largeur  $b = D$  peut être considéré comme un cas particulier du précédent. Cette configuration correspond à  $C_0 = 0$  et les relations (10) et (11) s'écrivent respectivement :

$$\frac{s}{D} = y_2 + \frac{1}{2} \left( \frac{q}{y_2} \right)^2 - \frac{3}{2} q^{2/3} \quad (14)$$

$$S = Y + \frac{1}{2} \left( \frac{F_1}{Y} \right)^2 - \frac{3}{2} F_1^{2/3} \quad (15)$$

Le débit relatif est  $q = y_1^{3/2} F_1$  où  $F_1 = [Q^2 / (gb^2 h_1^3)]^{1/2}$  est le nombre de Froude incident. La relation (15) traduit donc de manière explicite la variation de la hauteur relative  $S$  du seuil en fonction du nombre de Froude  $F_1$ . Dans l'intervalle  $3,10 \leq F_1 \leq 9,20$ , nos essais ont montré que le facteur cinétique  $\sigma_R = F_1^2 / (2Y^2) = V_2^2 / (2gh_1)$  varie entre  $0,273 \leq \sigma_R \leq 0,317$  et cet effet est à considérer.

Le développement théorique proposé par *Forster et Skrinde* (1950) repose sur deux principales considérations simplificatrices : la hauteur de vitesse d'approche  $V_2^2 / 2g$  est négligée (figure 3), soit  $H = (h_2 - s)$  et la hauteur minimale  $h_m$  au droit du seuil est telle que  $2h_m \cong (h_2 - s)$ , selon les essais effectués par *Doeringsfeld et Barker* (1941). Sous ces conditions, l'équation de la quantité de mouvement appliquée entre les sections 2-2 et m-m mène à une relation implicite en  $S$  (*Forster et Skrinde*, 1950):

$$(8/3)F_1^2 = Y(Y - S)^3 / (Y + S) \quad (16)$$

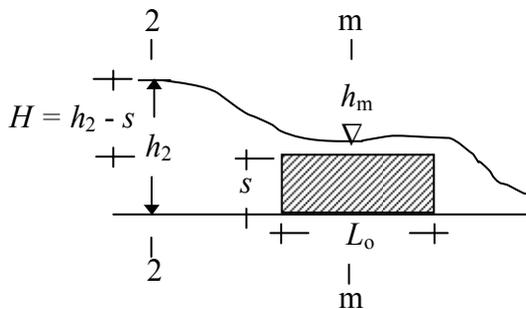


Figure 3: Définition de l'écoulement franchissant un seuil à paroi épaisse selon *Forster et Skrinde* (1950).

L'équation (16) devrait s'écrire, en tenant compte de l'influence de  $\sigma_R$  :

$$(8/3)F_1^2 = Y(Y + \sigma_R - S)^3 / (Y + S) \quad (17)$$

Les relations (15), (16) et (17) sont représentées graphiquement sur la figure 4. Un écart, variant entre 9% et 26%, est observé entre les relations (15) et (16).

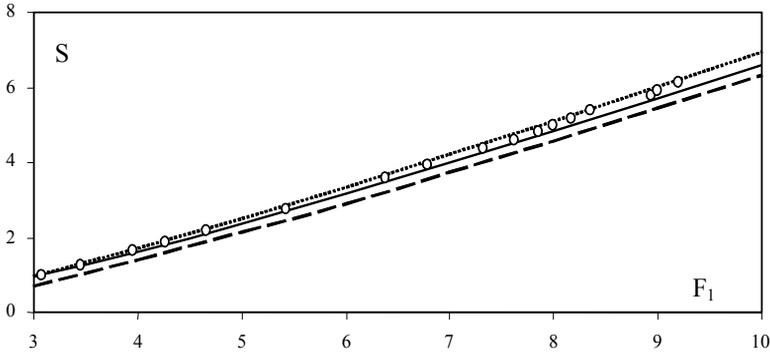


Figure 4 : Variation de  $S$  en fonction de  $F_1$  dans le canal rectangulaire.

(o) Points expérimentaux actuels.

(.....), (-----), (—) courbes selon (15), (16) et (17).

## II.2. Étude expérimentale

### II.2.1. Installation

La figure 5 montre le schéma de l'installation expérimentale, tandis que la photographie 1 montre une vue d'ensemble du modèle expérimental et une vue en direction de l'écoulement. Le canal profilé en  $U$  a une longueur de 6 m et un diamètre  $D = 0,245$  m. Il est composé à la base d'une conduite circulaire en PVC surmontée latéralement de deux parois verticales dont l'une est en tôle et l'autre en plexiglas transparent permettant la visualisation de l'écoulement. Le canal est alimenté en circuit fermé par une pompe axiale. Les débits  $Q$ , mesurés par un débitmètre à diaphragme à  $\pm 0,5$  l/s, se situent entre 3 l/s et 30 l/s. L'écoulement incident est généré par un système boîte-convergent. Le pied du ressaut est positionné à l'aval immédiat du convergent dont l'ouverture est assimilée à la hauteur initiale de l'écoulement. Des seuils à paroi mince d'une épaisseur de 2 mm ont été confectionnés en tôle, ainsi que des seuils à paroi épaisse d'une longueur de 400 mm. La position des seuils correspond approximativement à la longueur  $L_j$ . Les profondeurs de l'écoulement ont été mesurées au moyen de limnimètres avec une précision du demi millimètre, tandis que les longueurs caractéristiques du ressaut ont été évaluées avec un ruban graduée à  $\pm 0,10$  m. L'expérimentation a concerné 7 séries d'essais correspondant chacune à sept hauteurs initiales du ressaut  $h_1 = 1$  cm ; 1,60 cm ; 2 cm ; 2,30 cm ; 3,35 cm ; 5 cm et 6 cm. Les essais ont eu pour buts d'évaluer, (1) les profondeurs du ressaut telles que  $h_2 > D/2$ , (2) les hauteurs correspondantes des seuils à paroi mince et épaisse ainsi que (3) les longueurs  $L_j$  du ressaut. Les mesures expérimentales obtenues sont regroupées dans le tableau 1 en annexe. De faibles valeurs de  $h_1$  ont été volontairement considérées afin d'observer essentiellement l'influence de  $\gamma_1$  sur la longueur

relative du ressaut. Les effets d'échelle, qui auraient pu être causés par ces faibles profondeurs, n'ont pas été observés lors de la représentation graphique des mesures expérimentales.

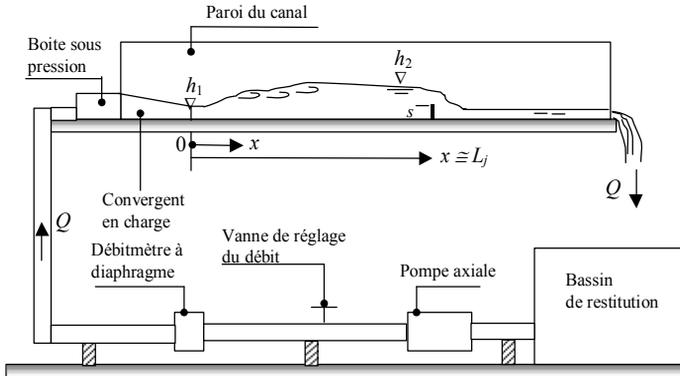
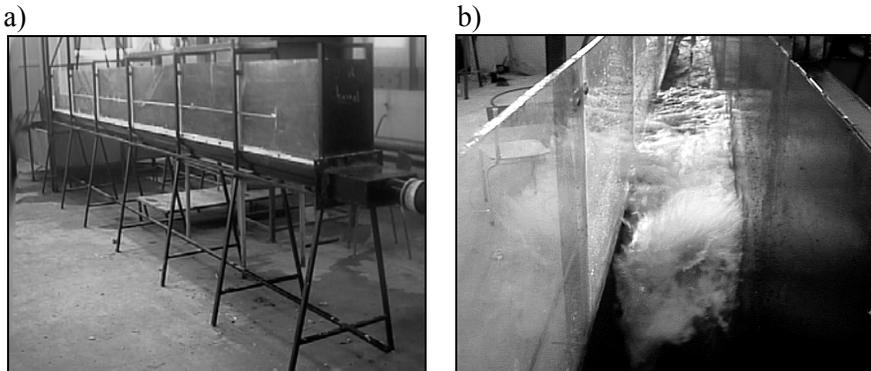


Figure 5 : Schéma du dispositif expérimental



Photographie 1 : a) Vue d'ensemble du dispositif expérimental, b) Vue en direction de l'écoulement.

## II.2.2. Résultats et Discussion

### II.2.2.1 Vérification de l'équation de la quantité de mouvement

L'objectif de cette partie de l'étude est d'observer les effets de frottement sur la hauteur aval du ressaut lors du contrôle par un seuil à parois mince et épaisse. Les hauteurs relatives expérimentales  $y_{2 \text{ exp}}$  sont confrontées, dans la figure 6, aux hauteurs relatives théoriques  $y_{2 \text{ th}}$  calculées selon la relation (3). Aucun effet de frottement n'a été donc observé et la mise en place du seuil n'a pratiquement aucun effet réducteur sur la profondeur relative finale du ressaut.

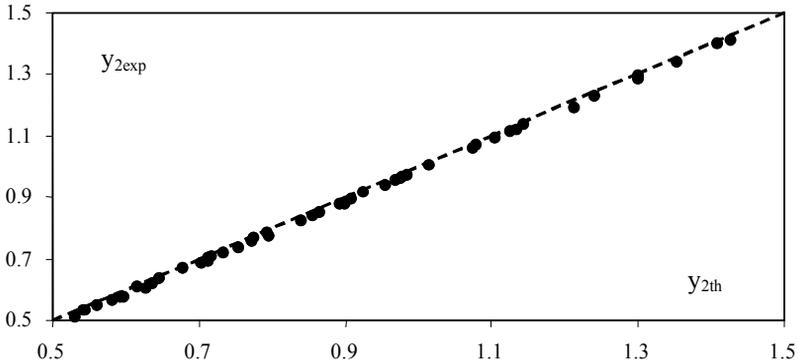


Figure 6 : Variation de la hauteur relative  $y_{2\text{exp}}$  expérimentale en fonction de la hauteur relative  $y_{2\text{th}}$  théorique calculée selon la relation (3) pour  $0,041 \leq y_1 \leq 0,245$ . (---)  $y_{2\text{exp}} = y_{2\text{th}}$ .

### II.2.2.2 Hauteur relative du seuil à paroi épaisse

La figure 7 montre la variation de la hauteur relative  $s_e/D$  expérimental en fonction de  $s_e/D$  théorique calculé selon les relations (7) et (10) pour  $\sigma_{1U} = 0$ . Les points obtenus se répartissent uniformément autour de la première bissectrice, montrant ainsi la validité de l'approximation  $A_s^* \approx (s_e/D - C_0)$  même pour des valeurs  $s_e/D < 1/3$ . Les valeurs expérimentales répondent mieux à la relation théorique (10) lorsque le facteur cinétique  $\sigma_{1U} = 0$ , soit  $s_e/D = y_2 - (3/2)q^{2/3}$ . On peut déduire que pour obtenir une hauteur relative  $y_2 \geq 1/2$ , il faut que  $s_e/D \geq (1 - 3q^{2/3})/2$ .

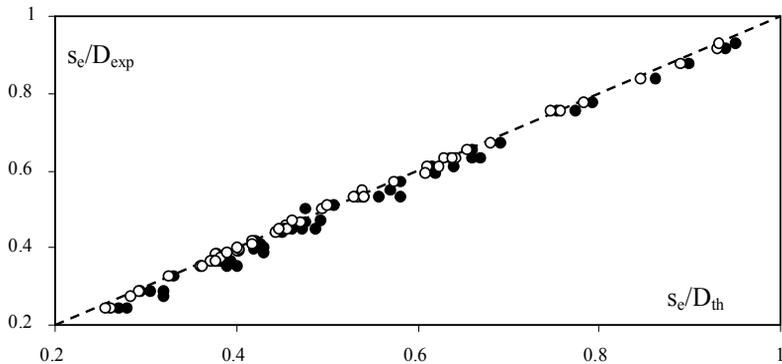


Figure 7 : Variation de  $s_e/D$  expérimental en fonction de  $s_e/D$  théorique calculé selon : (●) relation (7), avec  $\sigma_{1U} \neq 0$ ,  
(○) relation (10), avec  $\sigma_{1U} = 0$ .  
(---)  $s_e/D_{\text{exp}} = s_e/D_{\text{th}}$ .

**II.2.2.3** Hauteur relative du seuil à paroi mince

La figure 8 montre la variation de la hauteur relative  $s_m/D$  expérimental en fonction de  $s_m/D$  théorique calculé en appliquant la relation (12). Les points obtenus se répartissent également de manière uniforme autour de la première bissectrice d'équation  $s_m/D_{exp} = s_m/D_{th}$ . Ceci permet de conclure la validité de la relation (12).

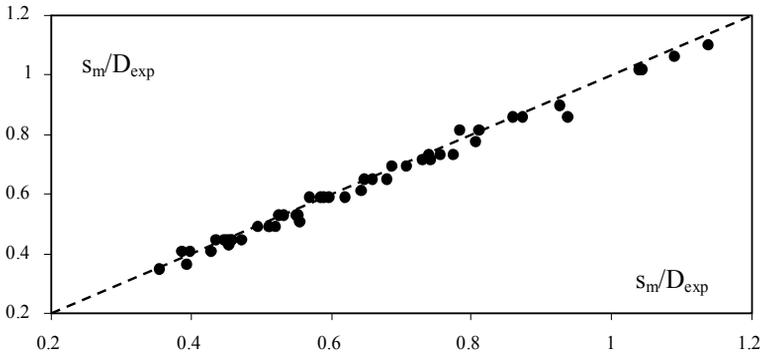


Figure 8 : Variation de  $s_m/D_{exp}$  expérimental en fonction de  $s_m/D_{th}$  théorique calculé selon la relation (12). (- - -)  $s_m/D_{exp} = s_m/D_{th}$ .

**II.2.2.4** Longueur relative du ressaut

La longueur  $L_j$  a été définie comme la distance entre la section initiale du ressaut et la section de plus grande profondeur. L'objectif principal de cette partie de l'étude est de quantifier la longueur relative  $L_j/h_2$  dans la gamme de valeurs testées de la hauteur relative  $y_1$ . La figure 9 montre le rapport  $L_j/h_2 = f(F_1)$  où  $F_1 = (8q \sin^{1/2} \theta_1) / (\theta_1 - \sin \theta_1 \cos \theta_1)^{3/2}$ .

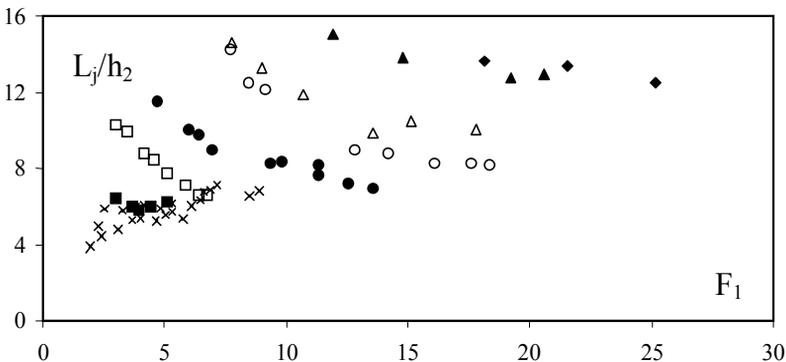


Figure 9 : Variation expérimentale de  $L_j/h_2$  en fonction de  $F_1$  pour diverses valeurs de  $y_1$ .  
 (♦)  $y_1 = 0,041$ ; (▲)  $y_1 = 0,065$ ; (Δ)  $y_1 = 0,082$ ; (○)  $y_1 = 0,095$ ; (●)  $y_1 = 0,137$ ;  
 (□)  $y_1 = 0,204$ ; (■)  $y_1 = 0,245$ .  
 (×) mesures de Hager (1989) pour  $y_2 > 1/2$  et  $0,088 \leq y_1 \leq 0,450$ .

Il apparaît ainsi que  $L_j/h_2$  diminue avec l'augmentation de  $F_1$ , pour une valeur donnée de  $y_1$ . Pour une même valeur de  $F_1$ ,  $L_j/h_2$  diminue également lorsque  $y_1$  augmente. La longueur relative  $L_j/h_2 \rightarrow 6$  pour les valeurs élevées de  $y_1$ , ce qui rejoint les observations de *Hager* (1989). Une meilleure représentation graphique a été obtenue en exprimant la variation de  $L_j/h_2 = \zeta(q)$  (figure 10). En effet, une courbe unique met en évidence cette variation pour l'ensemble de la gamme de valeurs  $y_1$  testées.

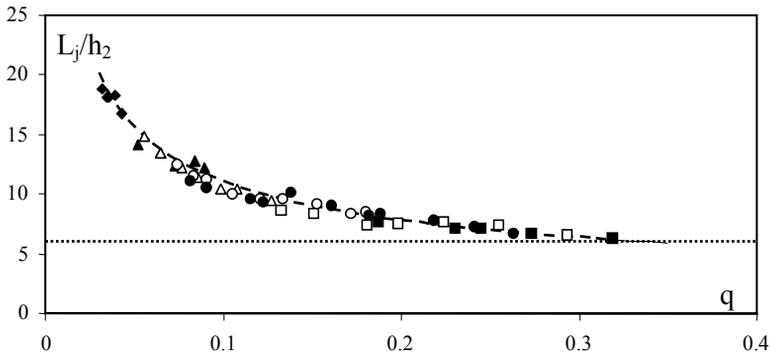


Figure 10 : Variation expérimentale de  $L_j/h_2$  en fonction du débit relatif  $q$ , pour  $0,04 \leq y_1 \leq 0,245$ . Notation selon la figure 9. (- - -) courbe selon la relation (18). (.....)  $L_j/h_2 = 6$ .

Un ajustement, basé sur la méthode des moindres carrés non linéaires, permet d'écrire avec une excellente approximation :

$$\frac{L_j}{h_2} = \frac{3,5}{\sqrt{q}} \tag{18}$$

L'expérimentation semble indiquer que la relation (18) est également applicable lorsque  $y_2 \leq 1/2$ .

### III. RESSAUT DANS UNE GALERIE CIRCULAIRE BRUSQUEMENT ELARGIE

#### III.1. Théorie

##### III.1.1. Condition d'apparition du ressaut

La figure 11 représente de manière schématique un ressaut hydraulique évoluant dans une galerie circulaire brusquement élargie de diamètre  $D$ . L'écoulement incident est généré par une conduite circulaire de diamètre  $d$  et le ressaut est localisé à  $x \cong 0$ , où  $x$  représente la coordonnée longitudinale.

Toutes les configurations de l'écoulement telles qu'elles sont représentées sur la figure 11 correspondent à l'égalité  $H_0 = H_1$  des charges dans les sections voisines 0-0 et 1-1 :

$$\frac{d}{2} + \frac{8Q^2}{g\pi^2 d^4} = h + \frac{8Q^2}{gD^4(\alpha - \sin\alpha \cos\alpha)^2} \quad (19)$$

$Q$  est le débit volume,  $\alpha$  est le demi-angle au centre, mesuré en radian, du segment circulaire de hauteur  $h$  et tel que  $\alpha = \cos^{-1}(1 - 2h/D)$ ,  $g$  est l'accélération de la pesanteur. La relation (1) peut s'écrire en termes adimensionnels :

$$Q_d^{*2} = (\pi^2/8) \frac{(\beta\tau - 1/2)}{[1 - \pi^2\beta^{-4}(\alpha - \sin\alpha \cos\alpha)^{-2}]} \quad (20)$$

$Q_d^* = [Q^2/(gd^5)]^{1/2}$  est le débit relatif rapporté au diamètre  $d$ ,  $\beta = D/d$  est le taux d'élargissement de la galerie et  $\tau = h/D$  est le paramètre de forme du segment circulaire dans la section 1-1 (figure 11). Les racines, obtenues par application de la relation (20), n'ont un sens physique que sous la condition  $\beta\tau \geq 1$ , ou bien  $h/D \geq 1$ ; ce résultat était prévisible étant donnée la configuration de l'écoulement pour  $x = 0$  (figure 12). Lorsque le régime d'écoulement dans la galerie devient critique, l'inégalité précédente se transforme en égalité et s'écrit:

$$\tau_c = \beta^{-1} \quad (21)$$

L'indice "c" désigne l'écoulement critique. En outre, l'écoulement critique dans la galerie circulaire se traduit par la condition :

$$\frac{64Q_d^{*2} \sin\alpha_c}{(\alpha_c - \sin\alpha_c \cos\alpha_c)^3} = 1 \quad (22)$$

$Q_d^* = [Q^2/(gD^5)]^{1/2} = \beta^{-5/2} Q_d^*$ ,  $\alpha_c = \cos^{-1}(1 - 2\tau_c)$ . En tenant compte de (21) et (22), la relation (19) s'écrit :

$$Q_d^{*2} = \frac{(\alpha_c - \sin\alpha_c \cos\alpha_c)^3}{64\tau_c^5 \sin\alpha_c} \quad (23)$$

C'est la relation (23) qui permet de définir le débit limite  $Q_{d,lim}^*$ , au-delà duquel le ressaut apparaît dans la galerie circulaire brusquement élargie et caractérisé par un écoulement amont non développé tel qu'il est représenté sur la figure 11.

### III.1.2. Relation générale régissant le ressaut dans la galerie circulaire brusquement élargie

L'application du théorème de la quantité de mouvement dans la direction longitudinale, entre les sections initiale 0-0 et finale 2-2 du ressaut correspondant respectivement à  $x = 0$  et  $x = L_j$  (figure 11), conduit à écrire, en admettant une répartition hydrostatique de la pression et une distribution uniforme de la vitesse :

$$\bar{h}_o A_o + \frac{Q^2}{g A_o} + F_x = \bar{h}_2 A_2 + \frac{Q^2}{g A_2} \quad (24)$$

$\bar{h}_o = d/2$  désigne le centre de gravité de la section initiale,  $\bar{h}_2 = (D^3/12A_2)\sin^3\alpha_2 - (D/2)\cos\alpha_2$  est la position du centre de gravité de la section  $A_2 = (D/2)^2(\alpha_2 - \sin\alpha_2\cos\alpha_2)$  comptée à partir de la surface libre et où  $\alpha_2 = \cos^{-1}(1 - 2\tau)$  est le demi-angle au centre, mesuré en radian, du segment circulaire de hauteur  $h_2$ ,  $F_x$  est la force de pression exercée par la paroi de l'élargissement dans la direction longitudinale. Par analogie à la relation de *Borda-Carnot* et au vu de la forme de la relation (24), il est admissible d'écrire que  $F_x \cong 0,5(D-d)h_1^2$ , avec  $h_1 = d$ . La relation (24) s'écrit alors :

$$Q_d^{*2} = \frac{\beta^3[(2/3)\sin^3\alpha_2 - \cos\alpha_2(\alpha_2 - \sin\alpha_2\cos\alpha_2)] - 4(\beta - 1) - \pi}{(32/\pi)[1 - \pi\beta^{-2}(\alpha_2 - \sin\alpha_2\cos\alpha_2)^{-1}]} \quad (25)$$

Lorsqu'il s'agit de répondre à un besoin de dimensionnement, l'application de la relation (25) permet d'évaluer le taux d'élargissement  $\beta$  et par suite la valeur du diamètre  $D$  de la galerie, à partir des valeurs connues du débit relatif  $Q_d^*$  et du taux de remplissage aval imposé  $\tau = h_2/D$ .

## III.2. Etude expérimentale

### III.2.1. Installation

La figure 11 et la photographie 2 montrent le modèle expérimental testé. Celui-ci est composé d'une galerie circulaire en Plexiglas transparent d'une longueur de 3 m et de diamètre intérieur  $D = 0,289$  m. La galerie est connectée à son extrémité amont à un tronçon de conduite interchangeable, de section droite circulaire et de diamètre  $d$ , directement alimenté par une pompe axiale assurant un débit maximum de 30 l/s. L'écoulement dans ce tronçon de conduite initiale est sous pression pour toute la gamme des débits et des diamètres utilisés.

L'écoulement incident est donc généré par le tronçon de conduite initiale alimentant la galerie et la position initiale du ressaut peut être réglée par le déplacement verticale de la vanne de fond située à l'extrémité aval du banc d'essai. La galerie débouche dans un canal de restitution de forme rectangulaire par lequel transite l'écoulement avant de déverser dans un bassin d'accumulation qui précède la pompe. Tout le dispositif ainsi décrit fonctionne en circuit fermé. Cinq valeurs de  $d$  variant entre 5 cm et 12 cm ont été considérées et autant de valeurs du taux d'élargissement  $\beta = 5,780 ; 4,128 ; 3,211 ; 2,890$  et  $2,408$ . Les débits  $Q$ , mesurés à  $\pm 0,5$  l/s au moyen d'un débitmètre à diaphragme préalablement étalonné, se trouvent dans la gamme 2,4 l/s et 23 l/s. La longueur de la galerie a été suffisante pour contenir l'ensemble des profils de surface du ressaut créés. Les profondeurs de l'écoulement, telles que la profondeur finale et les hauteurs  $h(x)$  du profil de

surface du ressaut ont été mesurées pour chacun des débits volumes  $Q$ . La mesure de ces grandeurs a été rendue possible grâce à une série de prises de pression statique placées le long de la génératrice inférieure de la galerie et reliées à un tableau manométrique (photographie 2a et 2b). En raison des fluctuations parfois importantes de la surface libre, les profondeurs correspondantes ont été mesurées à  $\pm 1$  cm. Les longueurs caractéristiques du ressaut, c'est à dire la longueur  $L_r$  du rouleau de surface ainsi que la longueur  $L_j$  du ressaut, ont été mesurées avec une précision de  $\pm 10$  cm à l'aide d'un ruban gradué. La longueur  $L_r$  a été visiblement associée à la section aval de l'écoulement indiquant la fin du rouleau de surface, tandis que la longueur  $L_j$  a été associée à la section aval pour laquelle l'écoulement tend à devenir parallèle à la génératrice inférieure de la galerie. Ceci a pu être aisément observé grâce aux prises de pression statique placées à l'aval de la galerie. Une large gamme de valeurs de la profondeur  $h_2$  du ressaut a pu être expérimentalement obtenue et correspond à  $7 \text{ cm} \leq h_2 \leq 28,9 \text{ cm}$  ou à un taux de remplissage aval de  $0,245 \leq \tau \leq 1$ . Le taux de remplissage aval maximal  $\tau=1$  n'a pu être strictement atteint que pour la plus grande valeur du taux d'élargissement  $\beta = 5,780$ . La photographie 2.b montre clairement un rouleau de surface obtenu pour un taux de remplissage aval égal à l'unité.

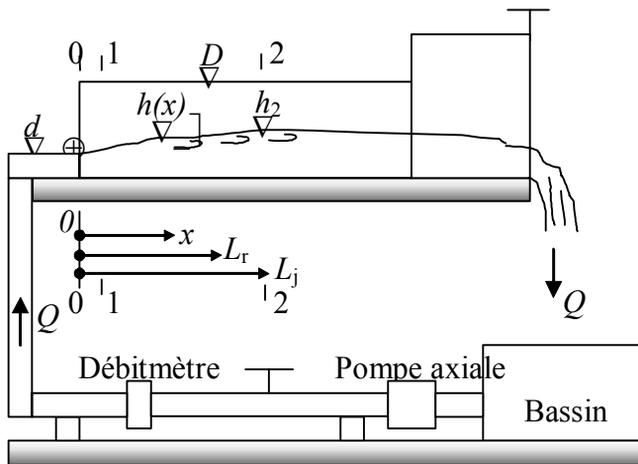
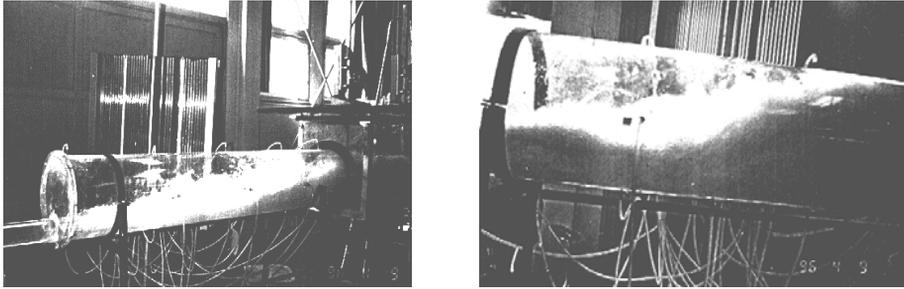


Figure 11 : Schéma simplifié du dispositif expérimental



a) b)  
 Photographie 2 : a) Vue d'ensemble du dispositif expérimental en direction de l'écoulement, b) Vue de profil de la galerie et du rouleau de surface.

### III.2.2. Résultats et discussion

#### III.2.2.1 Relation générale

L'objectif de cette première partie de l'étude est de vérifier expérimentalement la validité de la relation (25). La figure 12 montre la variation expérimentale et théorique de  $\tau$  en fonction du débit relatif  $Q^*_d$  pour chacune des valeurs testées du taux d'élargissement  $\beta$  de la galerie. La courbe limite d'apparition du ressaut, tracée selon la relation (23)  $y$  est également représentée. Nous pouvons ainsi clairement observer que les points expérimentaux répondent de manière satisfaisante aux courbes théoriques. Il faut noter également que l'apparition du ressaut dans la galerie ne correspond pas à l'égalité  $\tau = \beta^{-1}$  mais satisfait l'inégalité  $\tau > \beta^{-1}$ ; ainsi, le taux de remplissage aval de la galerie est tel que  $\beta^{-1} < \tau \leq 1$ .

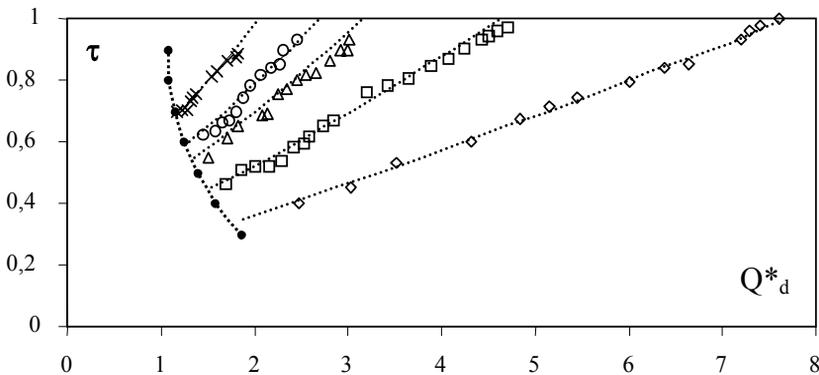


Figure 12 : Variation théorique et expérimentale du taux de remplissage aval  $\tau = h_2/D$  de la galerie en fonction du débit relatif  $Q^*_d = [Q^2/(gd^3)]^{1/2}$ . (- - -) courbes théoriques tracées selon la relation (25). (-•-•-) courbe limite d'apparition du ressaut selon la relation (23). Points expérimentaux : (x)  $\beta = 2,408$ ; (o)  $\beta = 2,890$ ; ( $\Delta$ )  $\beta = 3,211$ ; ( $\square$ )  $\beta = 4,128$ ; ( $\diamond$ )  $\beta = 5,780$ .

**III.2.2.2** Longueurs caractéristiques du ressaut

Les longueurs  $L_r$  et  $L_j$  du ressaut ne peuvent être quantifiées que par la voie expérimentale. En raison de l'instabilité horizontale du ressaut et de l'imprécision avec laquelle sont localisées les sections correspondantes, la représentation graphique de la variation des longueurs relatives  $L_r/h_2$  et  $L_j/h_2$  caractéristiques du ressaut se traduit par un nuage de points plus ou moins épais selon la précision de l'appareillage et de la justesse du manipulateur.

Les figures 13.a et 13.b montrent respectivement la variation expérimentale des longueurs relatives  $L_r/h_2$  et  $L_j/h_2$  en fonction du débit relatif  $Q_d^*$  et pour l'ensemble des valeurs testées du taux d'élargissement  $\beta$  de la galerie. Nous pouvons ainsi observer que les mesures expérimentales se traduisent par un nuage de points relativement mince qui permet de conclure que les points obtenus se répartissent uniformément autour d'une courbe plate ou même autour d'une valeur moyenne. En outre, les figures 13.a et 13.b n'indiquent aucune influence significative du débit relatif  $Q_d^*$  et du taux d'élargissement  $\beta$  sur les longueurs relatives du ressaut. Ce résultat est surtout observé pour  $Q_d^* \leq 6$  et nous pouvons écrire :

$$L_r/h_2 = 7,00 \pm 0,5 \tag{26}$$

$$L_j/h_2 = 6,50 \pm 0,5 \tag{27}$$

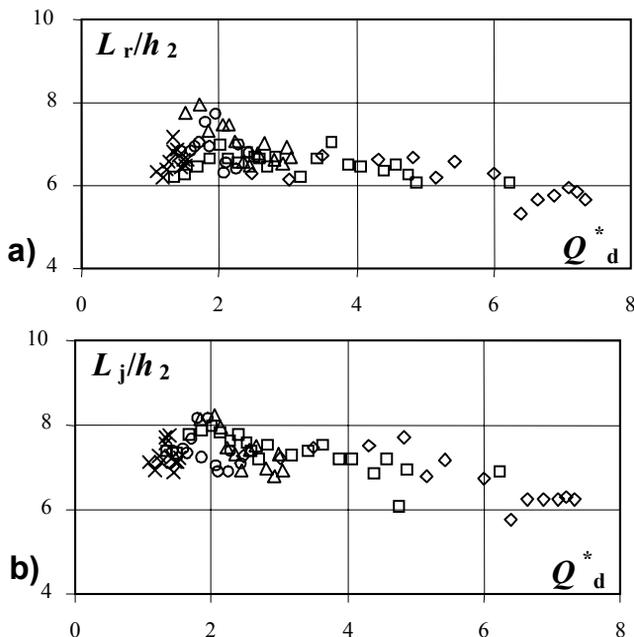


Figure 13 : Variation expérimentale des longueurs relatives du ressaut dans une galerie circulaire brusquement élargie, en fonction du débit relatif  $Q_d^*$  et pour divers taux d'élargissement  $\beta$ .

a) longueur relative du rouleau, b) longueur relative du ressaut. Notation selon la figure 12.

Les relations (26) et (27) indiquent que les longueurs relatives du ressaut dans une conduite circulaire brusquement élargie et correspondant à une position telle que  $x \cong 0$  sont légèrement plus grandes, mais toutefois comparables, que celles du ressaut évoluant dans une conduite circulaire dépourvue d'élargissement pour lequel  $L_j/h_2 = 6$  (Hager, 1987).

**III.2.2.3 Profil de surface axial du ressaut**

L'étude expérimentale du ressaut à écoulement amont non développé dans une galerie circulaire brusquement élargie n'a montré aucune asymétrie de l'écoulement par rapport à l'axe longitudinal de la conduite. Une relative instabilité horizontale a été cependant observée pour toute la gamme des débits  $Q$  et des taux d'élargissement  $\beta$ . L'objectif que vise la présente partie de l'étude est de définir le profil de surface du ressaut dans l'axe longitudinal de la galerie. Pour une valeur fixée de  $\beta$ , il est possible d'obtenir différents profils de ressauts selon le débit évacué. En règle générale, le profil de surface du ressaut est défini comme étant la courbe moyenne de la surface libre entre les sections initiale et finale du ressaut de profondeur respective  $h_1$  et  $h_2$ . Nous adopterons alors le schéma de définition représenté par la figure 11. L'introduction des variables  $y$  et  $X$  telles que  $y = [h(x) - h_1] / (h_2 - h_1)$  et  $X = x/L_j$ , ( $0 \leq y \leq 1$ ,  $0 \leq X \leq 1$ ), a permis de définir le profil de surface généralisé du ressaut à travers une relation unique adimensionnelle. La figure 14 traduit la variation expérimentale de  $y$  en fonction de  $X$  pour l'ensemble des valeurs testées du taux d'élargissement  $\beta$ . Nous pouvons ainsi remarquer que l'ensemble des couples  $(y, X)$  se situent sur une courbe unique. Il a été enfin remarquable de constater que cette courbe unique répond avec une excellente approximation à la relation :

$$y = \sin(90^\circ X) , 0 \leq X \leq 1 \tag{28}$$

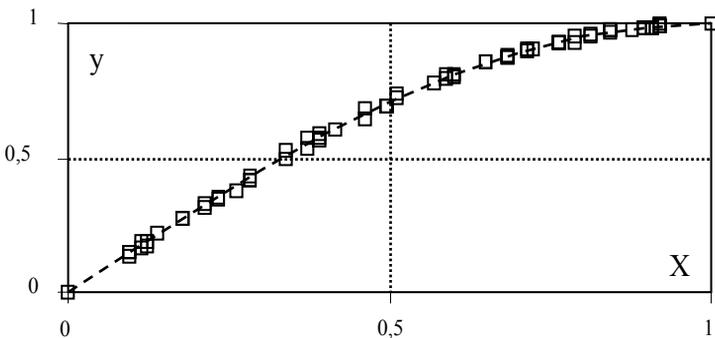


Figure 14 : Profil de surface généralisé  $y(X)$  du ressaut à écoulement amont non développé dans une galerie circulaire brusquement élargie :  $0,32 \leq Q^*_d \leq 14,30$  ;  $2,408 \leq \beta \leq 5,780$ .  
 (- - -) relation (28).

## IV. RESSAUT CONTROLÉ PAR SEUIL DANS UN CANAL TRIANGULAIRE

### IV.1. Position du problème

La mise en place d'un seuil continu à paroi mince de hauteur  $s$  (figure 15) dans un canal triangulaire horizontal, à une distance  $x$  du pied du ressaut, provoque l'apparition de celui-ci. Le ressaut est généré par un convergent  $C$  inséré au pied d'un réservoir  $R$ .

Pour une valeur donnée du débit  $Q_1$  et pour une hauteur choisie  $s_1$  du seuil, le ressaut peut s'étendre sur une longueur  $L_{j1}$  nettement inférieure à  $x$  (figure 15,a). L'accroissement du débit à  $Q_2 > Q_1$  entraîne à la fois le déplacement du ressaut vers l'aval ainsi que l'augmentation de sa longueur à  $L_{j2}$  (figure 15,b). En dépit de l'augmentation du débit, la tranche d'écoulement en régime torrentiel de longueur  $\Delta x$  peut être réduite par la surélévation du seuil. L'accroissement de  $Q$  et de  $s$  implique une longueur relative  $L_j/x$  de plus en plus grande et à la limite égale à l'unité (figure 15,c). Plus la longueur  $x$  est grande et plus les valeurs de  $Q$  et de  $s$  doivent être élevées afin d'atteindre une longueur relative  $L_j/x$  égale à l'unité. Si la longueur  $\Delta x$  est suffisamment courte, la hauteur initiale  $h_1$  du ressaut peut être raisonnablement assimilée à l'ouverture  $a_0$  du convergent générant l'écoulement incident. Si l'on considère un seuil à paroi mince dénoyé, la hauteur  $h_3$  à l'aval du seuil n'a aucune influence sur le débit et même sur le comportement du ressaut. Les paramètres intervenant au phénomène sont alors  $Q$ ,  $h_1$ ,  $s$ ,  $x$ ,  $L_j$ ,  $g$  et  $\theta$ , où  $g$  et  $\theta$  représentent, respectivement, l'accélération gravitationnelle et l'angle d'inclinaison des parois du canal par rapport à l'horizontale. Ces paramètres permettent de composer les produits adimensionnels tels que le nombre de Froude de l'écoulement incident  $F_1 = [2Q^2 / (gm^2 h_1^5)]^{1/2}$  avec  $m = \cot\theta$  où  $\cot$  est la cotangente et  $h_1 \approx a_0$ , la hauteur relative du seuil  $S = s/h_1$ , la position relative du seuil  $X = x/h_1$  et enfin  $\lambda_j = L_j/x$ , qui sont liés par la relation fonctionnelle  $f(F_1, S, X, \lambda_j) = 0$ . L'un des objectifs de la présente étude est de définir  $f$  pour l'ensemble des configurations du ressaut, c'est à dire pour toute valeur de la longueur relative  $\lambda_j$ , et notamment pour  $\lambda_j = 1$ .

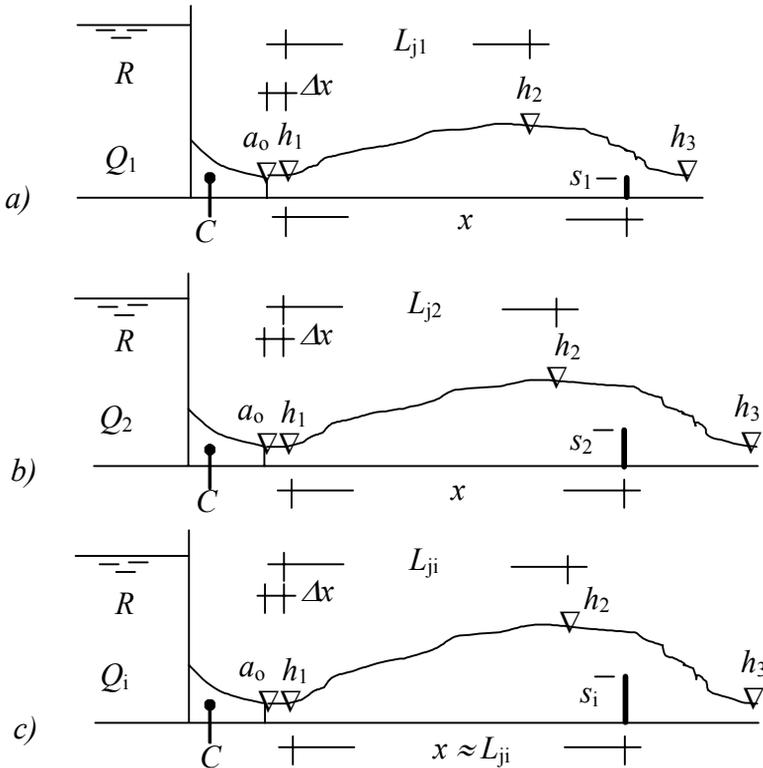


Figure 15: Configurations à débit croissant du ressaut contrôlé par un seuil à paroi mince.

#### IV.2. Procédure expérimentale

Le canal horizontal (figure 16), de section droite triangulaire symétrique et dont les parois sont inclinées de  $\theta = 45^\circ$  est d'une longueur de 4 mètres, suffisante à la formation complète du ressaut pour toute la gamme des débits  $Q$  utilisés  $4 \text{ l/s} \leq Q \leq 30 \text{ l/s}$ . Ceux-ci ont été évalués par un débitmètre à diaphragme à  $\pm 0,5 \text{ l/s}$ . L'écoulement incident est généré par la mise en place d'un convergent en charge  $C$  de section droite triangulaire dont le rôle est d'une part de provoquer un écoulement à grande vitesse et d'éviter la mesure de la profondeur  $h_1$  d'autre part; il est en effet très délicat de procéder à la lecture limnimétrique de  $h_1$  en raison du caractère fortement torrentiel de l'écoulement incident. Pour chacune des valeurs expérimentalement obtenues de  $F_1$  telles que  $1,60 \leq F_1 \leq 10,90$ , la hauteur  $s$  du seuil a été choisie de telle sorte que la longueur  $\Delta x$  soit environ égale à 4 à 5 cm. Cette distance n'a pu être réduite davantage en raison de l'instabilité horizontale du ressaut. Les hauteurs d'eau amont  $h_1$  qui correspondent à l'ouverture de sortie du convergent  $C$  ont été telles que  $40 \text{ mm} \leq h_1 \approx a_0 \leq 80 \text{ mm}$ . Les distances horizontales ont été

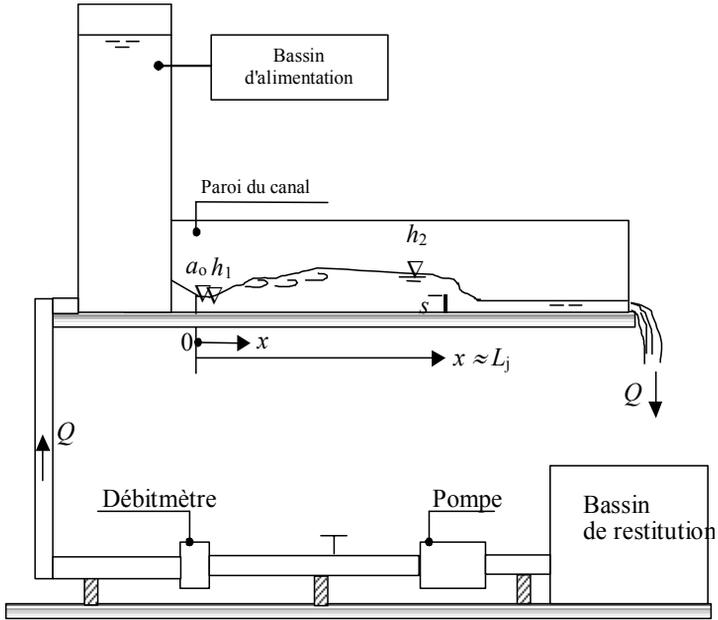


Figure 16 : Schéma du dispositif expérimental.

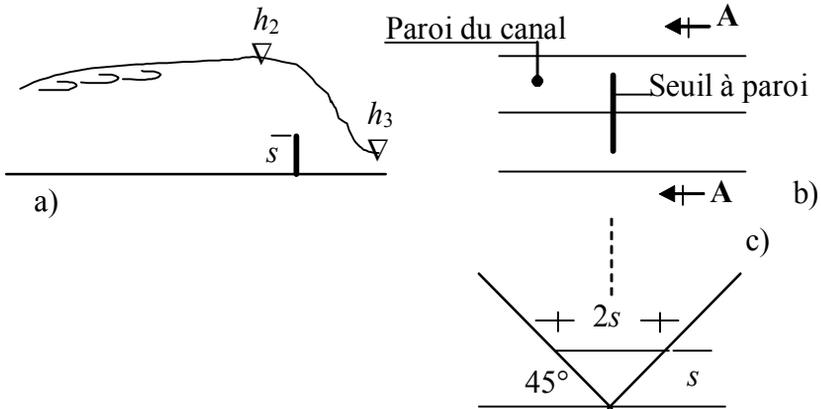


Figure 17 : Ressaut contrôlé par un seuil à paroi mince.

a) profil de l'écoulement au-dessus du seuil,

b) vue en plan du canal,

c) Vue suivant A-A.

mesurées à l'aide d'un ruban gradué, notamment la longueur  $L_j$  estimée à  $\pm 10$  cm. Cette longueur  $L_j$  a été associée à la section de l'écoulement caractérisée par une remontée de bulles d'air à la surface; celle-ci est par ailleurs quasi parallèle au fond du canal de mesures. La hauteur aval  $h_2$  du ressaut a été mesurée à l'aide d'un limnimètre à vernier à double précision à  $\pm 1$  cm à 1,5 cm, en raison des fluctuations parfois importantes de la surface libre aval. Afin de contrôler la position du ressaut, des seuils à paroi mince ont été utilisés. Dix neuf seuils d'épaisseur de 2 mm ont été testés et dont la hauteur  $s$  est telle que  $4 \text{ cm} \leq s \leq 20 \text{ cm}$  correspondant à  $0,50 \leq S \leq 4,5$ . L'expérimentation a montré que le caractère dénoyé de l'écoulement (figure 17,a) est obtenu pour une profondeur  $h_3$  à l'aval du seuil telle que  $h_3 < h_2 - (3/4)s$ , comme dans le cas du canal rectangulaire. L'installation a permis de faire varier  $X$  et  $\lambda_j$  dans les larges gammes  $4 \leq X \leq 47$  et  $0,03 \leq \lambda_j \leq 0,98$ . Chaque série d'essais a été exécutée sous une hauteur  $h_1$  constante.

### IV.3. Résultats expérimentaux

#### IV.3.1. Influence du seuil sur le rapport des hauteurs conjuguées du ressaut

Théoriquement, le seuil ne devrait avoir aucun effet réducteur sur la hauteur finale  $h_2$  du ressaut, puisque celui-ci n'est pas encore forcé (Rajaratnam, 1964). En d'autres termes, la hauteur aval  $h_{2T}^*$  du ressaut "classique triangulaire" doit être égale à la hauteur  $h_{2T}$  du ressaut contrôlé par le seuil, sous les mêmes conditions d'écoulement incident. Dans un premier temps, notre démarche a consisté à évaluer le rapport  $Y_T^*$  expérimental du ressaut classique triangulaire et le comparer au rapport  $Y_T^*$  théorique, pour la même valeur de  $F_1$ . Cette première étape a été nécessaire afin d'observer un éventuel effet de frottement sur le rapport des hauteurs conjuguées. La figure 18 compare la variation théorique et expérimentale de  $Y_T^* = f(F_1)$ , en notant que  $Y_T^*$  théorique a été évalué par l'équation suivante (Hager et Wanoschek, 1985):

$$F_{1T}^2 = \frac{2Y_T^{*2}(Y_T^{*2} + Y_T^* + 1)}{3(Y_T^* + 1)} \quad (29)$$

La figure 18 ne montre aucun effet de frottement dans une large gamme de valeurs considérée de  $F_1$  et la relation (1) demeure donc suffisante pour évaluer le rapport  $Y_T^*$ .

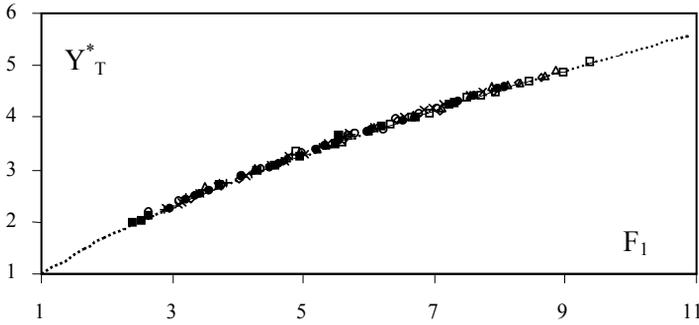


Figure 18 : Variation théorique et expérimentale de  $Y_T^* = f(F_1)$  du ressaut "classique triangulaire" ( $m = 1$ ). (.....) relation (29). Points expérimentaux obtenus pour  $2,32 \leq F_1 \leq 11$  :  
 (□)  $h_1 = 45 \text{ mm}$ , (Δ)  $h_1 = 49,5 \text{ mm}$ , (◇)  $h_1 = 52 \text{ mm}$ , (×)  $h_1 = 56,7 \text{ mm}$ ,  
 (●)  $h_1 = 60 \text{ mm}$ , (■)  $h_1 = 65,8 \text{ mm}$ , (○)  $h_1 = 70 \text{ mm}$ , (+)  $h_1 = 78,5 \text{ mm}$ .

La figure 19 indique la variation expérimentale du rapport  $Y_s$  du ressaut contrôlé par seuil à paroi mince en fonction de  $F_1$ . La relation (29) y est également représentée et nous pouvons noter que l'égalité  $Y_s = Y_T^*$  n'est satisfaite que pour une certaine gamme de  $F_1$ . L'influence du seuil sur le rapport des hauteurs conjuguées apparaît à des valeurs de  $F_1$  supérieures à 7,50 environ. Cette influence s'accroît avec l'augmentation de  $F_1$  mais elle n'est cependant pas significative; nous avons pu observer en effet que pour  $F_1 \approx 11$ , l'écart relatif est  $(Y_T^* - Y_s)/Y_T^* \cong 5\%$ . Nous pouvons ainsi admettre que la relation théorique (29) reste applicable au ressaut contrôlé par un seuil dans un canal triangulaire à angle d'ouverture de  $90^\circ$  puisqu'elle offre une certaine sécurité. Dans toute la gamme de  $F_1$  testée, c'est à dire  $1,60 \leq F_1 \leq 10,90$ , un ajustement des valeurs expérimentales a montré que la variation de  $Y_s = f(F_1)$  est de type logarithmique :

$$Y_s = 1 + 4Ln\left(\frac{F_1 + 4}{5}\right), R^2 = 0,999 \quad (30)$$

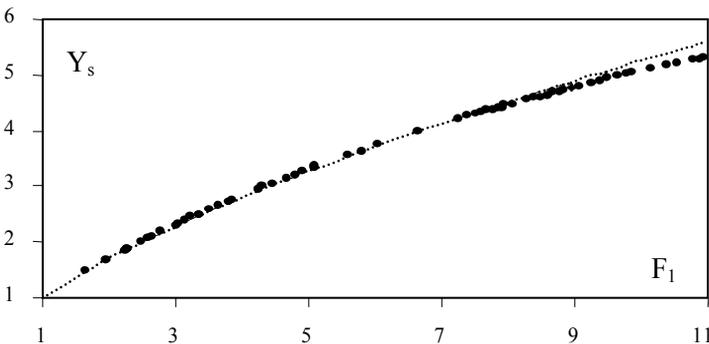


Figure 19: Variation expérimentale de  $Y_s = f(F_1)$  dans un canal triangulaire lors du contrôle du ressaut par un seuil à paroi mince. (.....) courbe du ressaut "classique triangulaire" tracée selon la relation (29).

Selon (30), la condition  $F_1 = 1$  correspond  $Y_s = 1$ . L'analyse des mesures expérimentales a montré la possibilité de corrélérer  $Y_s$  et la hauteur relative  $S$ . La figure 20 montre la variation expérimentale de  $(Y_s - 1) = \zeta(S)$  pour le cas du seuil à paroi mince. Il ressort que cette variation suit une loi linéaire et un ajustement a permis d'écrire avec une excellente approximation  $Y_s = (1 + 0,96S)$ ,  $R^2 = 0,999$ , où bien plus simplement :

$$Y_s \cong 1 + S \tag{31}$$

Cette dernière égalité montre que  $(h_2 - s) = h_1$ , ce qui permet de conclure que le seuil est franchi par une lame d'eau d'épaisseur égale à la hauteur amont. Il ressort des relations (30) et (31) que :

$$S = 4Ln\left(\frac{F_1 + 4}{5}\right) \tag{32}$$

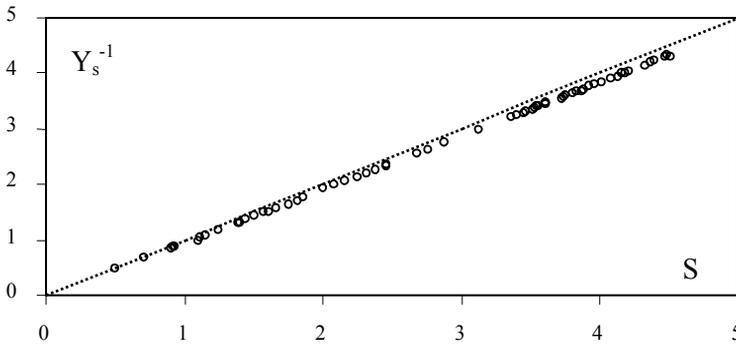


Figure 20: Variation expérimentale de  $(Y_s - 1) = \zeta(S)$  lors du contrôle du ressaut par un seuil à paroi mince dans un canal triangulaire ( $m = 1$ ). (.....) relation (31).

#### IV.3.2. Relation générale régissant le contrôle du ressaut

Comme nous l'avons montré sur la figure 15, le ressaut peut présenter diverses configurations pour une valeur choisie de la position  $x$  du seuil et de la hauteur initiale  $h_1$ . Ainsi, pour une même valeur de la position relative  $X = x/h_1$ , la longueur relative  $\lambda_j = L_j/x$  peut être inférieure ou à la limite égale à l'unité selon les conditions de l'écoulement incident, c'est à dire selon la valeur de  $F_1$  lié à  $S$  par la relation (32). Pour la position extrême du ressaut correspondant à la valeur limite  $\lambda_j \cong 1$ , l'analyse des mesures expérimentales a montré que la meilleure représentation graphique adimensionnelle de la relation fonctionnelle  $f(F_1, S, X) = 0$  répond à l'équation :

$$S + F_1^{2/5} = 0,127(X + 10) \quad , \quad R^2 = 0,999 \tag{33}$$

La relation (33) est applicable pour  $\lambda_j \cong 1$  et  $X \geq 4$ , condition largement satisfaite dans la pratique. Nous présentons sur la figure 21 les résultats obtenus pour le cas du seuil à paroi mince.

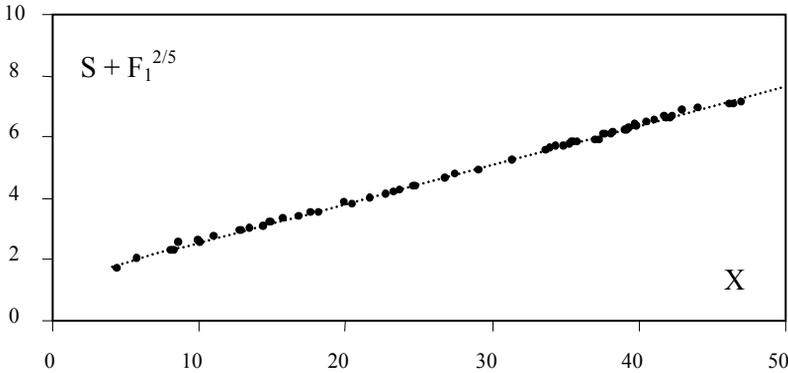


Figure 21: Variation expérimentale de  $(S + F_1^{2/5}) = \varphi(X)$  lors du contrôle du ressaut par un seuil à paroi mince dans un canal triangulaire ( $m = 1$ ) tel que  $\lambda_j \cong 1$ . (- - -) relation (33).

La relation (33) peut être généralisée à l'ensemble des configurations que peut prendre le ressaut telles qu'elles sont représentées sur la figure 15 et répondant à l'inégalité  $\lambda_j < 1$ . Pour le cas du seuil à paroi mince, les essais que nous avons effectués ont pu aboutir à plus de 150 mesures expérimentales du couple  $(\psi, \lambda_j)$ , où  $\psi = (S + F_1^{2/5} - 1,278)/(0,127X)$ . La variation expérimentale de  $\psi$  ( $\lambda_j$ ) est représentée sur la figure 22, qui montre que des points expérimentaux uniformément répartis autour de la courbe d'équation:

$$\psi = 0,8\lambda_j^{3/2} + 0,2 \tag{34}$$

Pour la position extrême du ressaut correspondant à  $\lambda_j = 1$ , l'application de (34) indique que  $\psi = 1$  et la relation (33) est alors reproduite.

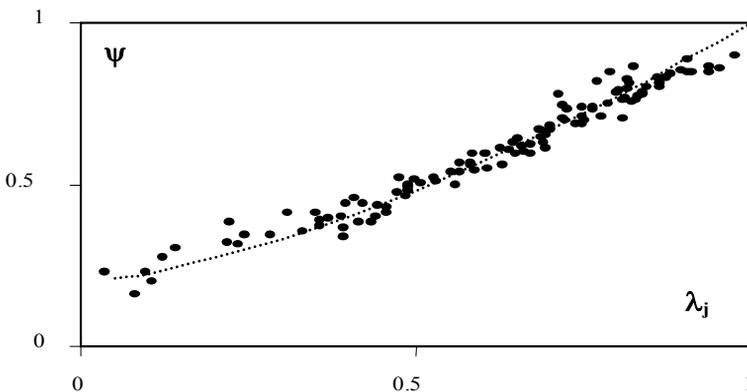


Figure 22: Variation expérimentale de  $\psi$  en fonction de la longueur relative  $\lambda_j = L_j/x$  lors du contrôle du ressaut par un seuil à paroi mince. (- - -) relation (34).

### IV.3.3. Relation générale régissant le contrôle du ressaut

Nous avons montré que la mise en place d'un seuil à paroi mince n'a pas d'effet réducteur significatif sur le rapport des hauteurs conjuguées du ressaut. La présence du seuil ne sert essentiellement qu'à contrôler la position du ressaut. La présente partie de l'étude a pour but d'observer et de quantifier l'effet réducteur du seuil sur la compacité du bassin amortisseur. Cela revient à montrer que, sous les mêmes conditions d'écoulement incident, la longueur  $L_{jT}^*$  du ressaut "classique triangulaire" est supérieure à la distance  $x$  correspondant à la position du seuil.

L'étude expérimentale du ressaut "classique triangulaire" (Achour, 1997), a montré que la longueur relative  $L_{jT}^*/h_1$  est  $L_{jT}^*/h_1 = 12,40(Y_T^* - 1)^{0,956}$ , qui peut approximativement s'écrire :

$$L_{jT}^*/h_1 = 12,40(Y_T^* - 1) \quad (35)$$

La relation (35) a été obtenue pour  $2 \leq Y_T^* \leq 5,6$  correspondant à  $2,50 \leq F_1 \leq 11$ . Pour la même valeur de la hauteur initiale  $h_1$ , nous pouvons écrire que  $x/L_{jT}^* = X/(L_{jT}^*/h_1)$  où  $X = x/h_1$  est la position relative du seuil telle que  $\lambda_j \cong 1$  et répondant à la relation (33) dans laquelle  $S$  est lié au nombre de Froude incident  $F_1$  par la relation (32). Ainsi, en tenant compte des relations (32) et (33), nous pouvons écrire :

$$x/L_{jT}^* = \frac{4Ln\left(\frac{F_1 + 4}{5}\right) + F_1^{2/5} - 1,270}{1,575(Y_T^* - 1)} \quad (36)$$

La relation (36) ainsi que les valeurs expérimentales de  $x/L_{jT}^*$  sont représentées sur la figure 23. Celle-ci montre que le rapport  $x/L_{jT}^*$  est inférieur à l'unité et même inférieur à 0,90 dans toute la gamme considérée de  $F_1$ .

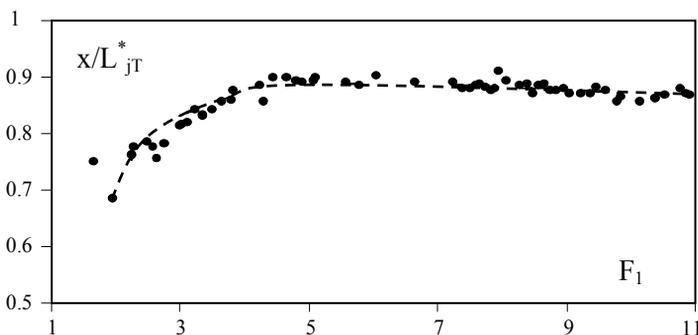


Figure 23: Variation expérimentale de  $x/L_{jT}^*$  en fonction de  $F_1$  lors du contrôle du ressaut par un seuil à paroi mince dans un canal triangulaire. (- -) relation (36).

La courbe expérimentale ci-dessus obtenue peut cependant être subdivisée en quatre zones suivant la gamme de valeurs de  $F_1$ . C'est ainsi que pour les faibles valeurs de  $F_1$  tel que  $1 < F_1 \leq 3$ ,  $x/L_{JT}^*$  croît rapidement et subit un accroissement lent dans la gamme  $3 \leq F_1 \leq 5$ . Par contre, dans la gamme  $5 \leq F_1 \leq 7$ ,  $x/L_{JT}^*$  demeure quasi constant et subit une légère diminution au fur et à mesure que  $F_1$  croît dans la gamme  $7 \leq F_1 \leq 11$ . Ce sont les deux dernières zones qui sont à considérer puisqu'elles correspondent à des valeurs pratiques de  $F_1$  et montrent alors que  $x/L_{JT}^* < 0,90$ . Ce résultat implique que la mise en place du seuil à paroi mince réduit la longueur du bassin de plus de 10% (12% pour  $F_1 = 9$ ).

## V. CONCLUSION

Le contrôle des ressauts par seuil à parois mince et épaisse dans un canal profilé en  $U$  a été examiné d'un point de vue théorique et expérimentale. Une étude particulière de l'écoulement franchissant le seuil à paroi épaisse a permis de définir les conditions de la hauteur relative minimale du seuil. Il apparaît que celle-ci peut être évaluée par l'un des trois paramètres  $y_2$ ,  $q$  ou  $y_1$ . Tenant compte de la vitesse d'approche de l'écoulement, le développement théorique définit de manière explicite les relations fonctionnelles  $s/D = f(q, y_2)$  et  $s/h_1 = \psi(q, Y)$  pour les deux types de seuils considérés. Ces relations montrent que la hauteur du seuil à paroi épaisse est nettement inférieure au seuil à paroi mince. L'étude a proposé une relation explicite de la hauteur relative du seuil à paroi épaisse même dans le canal rectangulaire, et remplace l'équation implicite de *Forster et Skrinde* (1950). Enfin, les essais ont permis de montrer l'influence du débit relatif  $q$  sur la longueur relative  $L_j/h_2$  du ressaut. Celle-ci décroît avec l'augmentation de  $q$ .

Le ressaut hydraulique à écoulement amont non développé et évoluant dans une galerie horizontale circulaire brusquement élargie a été également étudié du point de vue théorique et expérimentale. Tenant compte de l'influence de la réaction de la paroi de l'élargissement, l'application du théorème de la quantité de mouvement dans le sens longitudinal a permis d'établir la relation liant le débit relatif  $Q_{d}^* = [Q^2/(gd^5)]^{1/2}$  rapporté au diamètre  $d$  amont, le taux d'élargissement  $\beta = D/d$  de la galerie où  $D$  est le diamètre de celle-ci et enfin le taux de remplissage aval  $\tau = h_2/D$ . Le débit limite relatif  $Q_{d,lim}^*$  d'apparition du ressaut a été défini et correspond à la condition  $\beta\tau = 1$ .

L'étude expérimentale s'est basée sur cinq valeurs du taux d'élargissement  $\beta$  correspondant à la gamme  $2,408 \leq \beta \leq 5,780$ . Le taux de remplissage aval  $\tau$  de la galerie, c'est à dire la hauteur relative finale du ressaut, a été tel que  $0,245 \leq \tau \leq 1$ . L'analyse des mesures expérimentales a montré que les longueurs relatives  $L_r/h_2$  du rouleau de surface et  $L_j/h_2$  du ressaut sont indépendantes du

débit relatif  $Q_d^*$  et du taux d'élargissement  $\beta$  ; ces longueurs relatives sont en outre comparables à celles du ressaut évoluant dans une conduite circulaire dépourvue d'élargissement. L'étude expérimentale s'est enfin intéressée au profil de surface axial du ressaut.

Le contrôle du ressaut par un seuil à paroi mince dans un canal triangulaire d'angle d'ouverture de  $90^\circ$  a fait l'objet d'une étude expérimentale. L'écoulement incident non développé est généré par la mise en place d'un convergent en charge. L'analyse des mesures expérimentales montre que la mise en place du seuil n'a pas d'effet réducteur significatif sur la rapport des hauteurs conjuguées du ressaut pour  $X \geq 1$ . En outre, la représentation graphique des mesures expérimentales montre que  $(Y_s - 1)$  augmente au fur et à mesure que la hauteur relative  $S$  du seuil croît; l'interdépendance des paramètres adimensionnels  $S$  et  $F_1$  est alors mise en évidence. La relation générale régissant le contrôle du ressaut est proposée en termes adimensionnels pour toute configuration telle que  $\lambda_j \leq 1$ ; la relation obtenue permet en particulier le dimensionnement du bassin pour la position extrême du ressaut correspondant à  $\lambda_j = 1$ . Si l'effet réducteur du seuil sur le rapport des hauteurs conjuguées du ressaut n'est pas significatif, sa mise en place induit cependant un effet de compacité non négligeable. L'étude montre en effet que la longueur du bassin est réduite d'au moins 10%.

## RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- ACHOUR, B. (1989): Jump flowmeter in a channel of triangular cross-section without weir, *J. Hydraulic Research*, Vol. 27, n° 2, pp. 205-214.
- ACHOUR, B. (1997): Dissipateurs d'énergie par ressaut, Thèse de Doctorat d'état en Hydraulique, Université de Tizi-Ouzou, Algérie.
- ACHOUR, B. (2000), Ressaut hydraulique dans une galerie circulaire brusquement élargie, *J. Recherches Hydrauliques*, Vol. 38, n° 4, pp. 307-311.
- ACHOUR, B., DEBABECHE, M. (à paraître, 2002), Ressaut contrôlé par seuil dans un canal profilé en U, *J. Recherches Hydrauliques*.
- ARGYROPOULOS, P.A. (1962): General solution of the hydraulic jump in sloping channels, *Proc. ASCE, J. Hydraulics Division*, Vol.88, HY4, pp. 61-75.
- DOERINGSFELD, H.A., BARKER, C.L. (1941), Pressure-momentum theory applied to the broad-crested weir, *Transactions, ASCE*, Vol. 106, pp. 934-946.
- FORSTER, J.W., SKRINDE, R.A. (1950), Control of the hydraulic jump by sills, *Transactions, ASCE*, Vol. 115, pp. 973-987.
- HAGER, W.H. (1987), Der Abfluss im U-Profil, *Korrespondenz Abwasser*, Vol. 34, pp. 468-482.
- HAGER, W.H. (1989), Hydraulic jump in U-shaped channel, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 115, n°5, pp. 667-675.
- HAGER, W.H., LI, D. (1992): Dissipateurs d'énergie contrôlé par seuil, *J. Recherches Hydrauliques*, Vol.30, n°2, pp. 165-181.
- HAGER, W.H., WANOSCHEK, R. (1985): Ressaut hydraulique en canal triangulaire, *J. Recherches Hydrauliques*, Vol.25, n°5, pp. 549-564.

- KUNSTATSKY, J., VYBORA, P. (1966), Die Tiefen des Wassersprunges mit freiem Wasserspiegel im Kreisrunden Querschnitt, Vodohospodarsky Casopic. Cislol.
- LANE, E.W., KINDSVATER, C.E. (1938), Hydraulic jump in enclosed conduits, Engineering News-Records:, Vol. 121, n°26.
- RAJARATNAM, N. (1964), Discussion of SILVESTER (1964), J. Hyd. Div., ASCE, Vol. 90, n°4, pp. 341-350.
- RAJARATNAM, N. (1965), Hydraulic jump in horizontal conduits, Water Power, Vol. 17, pp. 80-83.
- RAJARATNAM, N. (1967), Hydraulic jumps, Advances in hydrosience, 4: 197-280, ed. V.T. Chow, Academic Press, New York, N.Y.
- SILVESTER, R. (1964), Hydraulic jump in all shapes of horizontal channels, Proc. ASCE, J. Hyd. Div., Vol. 90, (HY1), pp. 23-55.

### SYMBOLES UTILISES ET LEUR UNITE

$A$ ( $m^2$ )	Aire de section
$D$ (m)	Diamètre de la galerie
$D$ (m)	Diamètre
$d$ (m)	Diamètre initial
$F_1$ (-)	Nombre de Froude incident
$g$ ( $ms^{-2}$ )	Accélération de la pesanteur
$h$ (m)	Profondeur d'écoulement
$h_1$ (m)	Profondeur de l'écoulement incident
$h_2$ (m)	Profondeur finale du ressaut
$L_j$ (m)	Longueur du ressaut
$m$ (-)	Cotangente de l'angle d'inclinaison de la paroi du triangle par rapport
$q$ (-)	Débit relatif $q = Q/\sqrt{gD^5}$
$Q$ ( $m^3s^{-1}$ )	Débit volume
$Q_d^*$ (-)	Débit relatif rapporté à $d$ , $Q_d^* = [Q^2/(gd^5)]^{1/2}$
$Q_D^*$ (-)	Débit relatif rapporté à $D$ , $Q_D^* = [Q^2/(gD^5)]^{1/2}$
$s$ (m)	Hauteur de seuil
$S$ (-)	Hauteur relative de seuil $S = s/h_1$
$s_e$ (m)	Hauteur du seuil à paroi épaisse
$s_m$ (m)	Hauteur du seuil à paroi mince
$V_1$ ( $ms^{-1}$ )	Vitesse moyenne de l'écoulement incident
$V_2$ ( $ms^{-1}$ )	Vitesse moyenne à l'aval du ressaut
$X$ (-)	Coordonnée relative longitudinale, $X = x/L_j$ , Position relative de seuil $X = x/h_1$
$x$ (m)	Position de seuil ou coordonnée longitudinale
$y$ (-)	Profondeur adimensionnelle de l'écoulement
$Y$ (-)	Rapport des hauteurs conjuguées du ressaut
$y_1$ (-)	Hauteur relative de l'écoulement incident

	(Canal en $U$ ) $y_1 = h_1 / D$
$y_2$ (-)	Hauteur relative du ressaut (Canal en $U$ ) $y_2 = h_2 / D$
$Y_s$ (-)	Rapport des hauteurs conjuguées du ressaut contrôlé par seuil
$\tau$ (-)	Taux de remplissage aval de la galerie, $\tau = h_2 / D$
$\beta$ (-)	Taux d'élargissement de la galerie, $\beta = D / d$
$\lambda_j$ (-)	Rapport de la longueur du ressaut à la position du seuil $\lambda_j = L_j / x$

**ANNEXE 1:**
**RESSAUT CONTROLE EN CANAL PROFILE EN "U"  
MESURES EXPERIMENTALES**

<b>Série 1: <math>h_1 = 1 \text{ cm}</math></b>					
N°	Q (l/s)	$h_2$ (cm)	$s_e$ (cm)	$s_m$ (cm)	$L_j$ (cm)
01	3,00	12,50	9,45	10,00	235
02	3,20	13,50	9,65	10,50	245
03	3,35	13,80	10,30	11,00	250
04	3,65	14,80	11,25	12,00	270
05	4,00	16,40	12,25	12,50	275

<b>Série 2: <math>h_1 = 1,60 \text{ cm}</math></b>					
N°	Q (l/s)	$h_2$ (cm)	$s_e$ (cm)	$s_m$ (cm)	$L_j$ (cm)
01	4,85	14,20	9,20	11,00	200
02	6,00	17,00	11,40	13,00	230
03	6,80	19,00	13,00	14,50	235
04	7,80	21,50	15,00	17,00	275
05	8,35	23,00	16,00	18,00	280

<b>Série 3 : <math>h_1 = 2 \text{ cm}</math></b>					
N°	Q (l/s)	$h_2$ (cm)	Seuil épais $s_e$ (cm)	Seuil mince $s_m$ (cm)	$L_j$ (cm)
01	5,20	12,50	9,45	10,00	195
02	6,00	13,50	9,65	10,50	200
03	7,10	13,80	10,30	11,00	210
04	8,00	14,80	11,25	12,00	220
05	9,15	16,40	12,25	12,50	225
06	10,00	23,40	15,50	17,50	245
07	11,80	27,30	18,50	21,00	260

<b>Série 4 : <math>h_1 = 2,30 \text{ cm}</math></b>					
N°	Q (l/s)	$h_2$ (cm)	Seuil épais $s_e$ (cm)	Seuil mince $s_m$ (cm)	$L_j$ (cm)
01	6,90	15,20	9,00	11,00	190
02	7,75	16,80	10,00	12,00	195
03	8,40	18,10	11,00	13,00	205
04	9,80	20,80	13,00	15,00	210
05	11,20	23,50	14,50	17,50	225
06	12,45	26,00	16,50	20,00	250
07	14,20	29,20	19,00	22,00	270
08	16,00	32,80	21,50	25,00	275
09	16,70	34,30	22,50	26,00	290

## ANNEXE 1 (SUITE ET FIN)

RESSAUT CONTROLÉ EN CANAL PROFILE EN "U"  
MESURES EXPERIMENTALES

<b>Série 5 : <math>h_1 = 3,35 \text{ cm}</math></b>					
N°	Q (l/s)	$h_2$ (cm)	Seuil épais $s_e$ (cm)	Seuil mince $s_m$ (cm)	$L_j$ (cm)
01	7,55	13,00	6,00	8,50	145
02	8,45	14,20	7,00	9,00	150
03	10,75	17,70	9,00	12,00	170
04	11,40	18,60	9,70	13,00	175
05	12,80	20,60	11,00	14,50	210
06	14,95	23,80	13,00	17,00	215
07	16,95	26,80	15,00	20,00	220
08	17,50	27,50	15,50	19,00	230
09	20,30	31,50	18,50	21,00	245
10	22,40	34,60	20,50	25,00	250
11	24,45	37,50	22,80	27,00	250

<b>Série 6 : <math>h_1 = 5 \text{ cm}</math></b>					
N°	Q (l/s)	$h_2$ (cm)	Seuil épais $s_e$ (cm)	Seuil mince $s_m$ (cm)	$L_j$ (cm)
01	12,35	15,60	6,00	10,00	135
02	14,00	17,30	7,00	11,00	145
03	16,80	20,20	8,70	12,00	150
04	18,40	22,00	9,80	14,50	165
05	20,80	24,70	11,50	16,00	190
06	23,70	27,80	13,50	18,00	205
07	27,30	31,80	15,50	21,00	210

<b>Série 7 : <math>h_1 = 6 \text{ cm}</math></b>					
N°	Q (l/s)	$h_2$ (cm)	Seuil épais $s_e$ (cm)	Seuil mince $s_m$ (cm)	$L_j$ (cm)
01	17,40	18,80	6,70	11,00	145
02	21,40	22,50	8,70	13,00	160
03	22,75	23,70	9,50	14,50	170
04	25,45	26,20	11,00	16,00	175
05	29,65	30,10	13,00	18,00	190

**ANNEXE 2.**

**DONNEES EXPERIMENTALES DU RESSAUT CONTROLE PAR UN SEUIL  
A PAROI MINCE POUR  $\lambda_j \approx 1$  (CANAL TRIANGULAIRE).**

$F_1$	1,64	1,96	2,24	2,26	2,27	2,47	2,58	2,62	2,75	2,99	3,02
$Y_s$	1,50	1,68	1,86	1,88	1,89	2,00	2,06	2,09	2,20	2,30	2,32
S	0,50	0,71	0,90	0,92	0,93	1,10	1,11	1,15	1,24	1,38	1,40
X	4,50	5,85	8,08	8,20	8,40	9,60	10,07	10,03	11,04	12,75	12,96

$F_1$	3,12	3,22	3,34	3,35	3,49	3,64	3,78	3,83	4,24	4,29	4,44
$Y_s$	2,38	2,45	2,50	2,50	2,58	2,65	2,72	2,76	2,95	3,00	3,06
S	1,44	1,50	1,57	1,60	1,66	1,75	1,81	1,85	2,00	2,08	2,15
X	13,52	14,43	14,85	14,95	15,80	16,83	17,60	18,23	20,48	20,00	21,75

$F_1$	4,65	4,79	4,90	5,08	5,09	5,57	5,78	6,03	6,64	7,23	7,37
$Y_s$	3,15	3,20	3,26	3,35	3,36	3,56	3,62	3,75	4,00	4,22	4,27
S	2,25	2,31	2,37	2,45	2,46	2,68	2,75	2,87	3,12	3,35	3,40
X	22,80	23,34	23,73	24,63	24,83	26,80	27,51	29,15	31,35	33,73	33,95

$F_1$	7,50	7,58	7,66	7,75	7,83	7,89	7,93	8,05	8,26	8,38	8,47
$Y_s$	4,30	4,33	4,37	4,39	4,41	4,42	4,46	4,48	4,56	4,60	4,62
S	3,44	3,46	3,51	3,53	3,55	3,54	3,60	3,60	3,72	3,74	3,75
X	34,42	34,97	35,32	35,49	35,58	35,91	37,31	37,06	37,59	38,16	37,72

$F_1$	8,58	8,67	8,75	8,82	8,95	9,05	9,23	9,38	9,47	9,62	9,77
$Y_s$	4,65	4,70	4,70	4,73	4,77	4,80	4,85	4,91	4,95	5,00	5,01
S	3,80	3,83	3,86	3,88	3,92	3,96	4,01	4,07	4,13	4,15	4,18
X	38,32	39,22	39,07	39,31	39,92	39,82	40,50	41,06	41,87	42,20	42,75

$F_1$	9,85	10,14	10,38	10,52	10,75	10,86	10,92				
$Y_s$	5,05	5,13	5,20	5,23	5,30	5,30	5,33				
S	4,20	4,32	4,36	4,38	4,47	4,50	4,48				
X	42,36	42,95	44,10		46,23	47,10	46,43				

## ANNEXE 3.

**QUELQUES DONNEES EXPERIMENTALES DE LA FONCTION  $\psi$   
POUR  $\lambda_j < 1$ . (CANAL TRIANGULAIRE)**

<b>Série A : x = 248 cm , h<sub>1</sub> = 4,95 cm</b>										
$\psi$	0,4140	0,4623	0,5045	0,5187	0,6127	0,6170	0,6670	0,6657	0,6988	0,7486
$\lambda_j$	0,3064	0,4839	0,5080	0,5242	0,6048	0,6935	0,6572	0,6935	0,7500	0,7863
$\psi$	0,7612	0,7879	0,7925	0,8089	0,8242					
$\lambda_j$	0,8064	0,8024	0,8145	0,8185	0,8145					

<b>Série B : x = 283 cm , h<sub>1</sub> = 5,20 cm</b>										
$\psi$	0,3550	0,3910	0,4403	0,5000	0,5391	0,5651	0,5961	0,6230	0,6714	0,7312
$\lambda_j$	0,3286	0,3569	0,4205	0,4876	0,5653	0,5653	0,6466	0,6713	0,6820	0,7243
$\psi$	0,7374	0,7852								
$\lambda_j$	0,7455	0,7986								

<b>Série C : x = 248,5 cm , h<sub>1</sub> = 5,67 cm</b>										
$\psi$	0,3689	0,3925	0,3989	0,4386	0,4580	0,5107	0,5401	0,5592	0,5625	0,5963
$\lambda_j$	0,3559	0,3675	0,3868	0,3945	0,4062	0,5300	0,5880	0,6267	0,5797	0,6692
$\psi$	0,6299	0,6692	0,6872	0,7349	0,7593	0,7705	0,7984	0,8288	0,8413	0,8505
$\lambda_j$	0,6886	0,7000	0,7466	0,7621	0,8278	0,8317	0,8626	0,8704	0,8781	0,8936

<b>Série D : x = 266,6 cm , h<sub>1</sub> = 6 cm</b>										
$\psi$	0,1586	0,2276	0,3437	0,3631	0,3833	0,4017	0,4120	0,4295	0,4725	0,4939
$\lambda_j$	0,0788	0,0975	0,2438	0,3900	0,4313	0,4388	0,4538	0,4538	0,4726	0,4876
$\psi$	0,5368	0,5648	0,5926	0,6076	0,6155	0,6502	0,6791	0,7057	0,7428	0,7774
$\lambda_j$	0,5514	0,5814	0,6039	0,6376	0,6564	0,6939	0,6977	0,7164	0,7164	0,7127
$\psi$	0,8198	0,8440	0,8644	0,8841						
$\lambda_j$	0,7689	0,7877	0,8252	0,9040						

<b>Série E : x = 274,5 cm , h<sub>1</sub> = 6,58 cm</b>										
$\psi$	0,2022	0,3131	0,3204	0,3419	0,4127	0,5000	0,5928	0,6096	0,6282	0,7080
$\lambda_j$	0,1056	0,2331	0,2186	0,2805	0,3497	0,5574	0,5828	0,6266	0,6448	0,7468
$\psi$	0,7309	0,7656	0,8117	0,8441	0,8566					
$\lambda_j$	0,7614	0,8124	0,8634	0,9362	0,9508					

<b>Série F : x = 299 cm , h<sub>1</sub> = 7,85 cm</b>										
$\psi$	0,2708	0,3077	0,4278	0,4798	0,5000	0,5254	0,5343	0,5856	0,5952	0,6794
$\lambda_j$	0,1672	0,3177	0,4180	0,4682	0,5017	0,5418	0,5518	0,6120	0,6421	0,6689
$\psi$	0,6928	0,7060	0,7342	0,7717	0,7922					
$\lambda_j$	0,7358	0,7525	0,8027	0,8361	0,8528					