

# CALCUL DU SPECTRE DE REFLEXION DU MULTICOUCHE Ni/C DANS LE DOMAINE DES RAYONS X

Reçu le 08/05/1999 – Accepté le 11/12/2000

## Résumé

Le pouvoir réflecteur d'un dioptre quelconque dans le domaine des rayons X est trop faible, mais il est toujours possible de choisir des systèmes pouvant présenter un pic de réflexion d'intensité importante autour d'une incidence caractéristique du matériau. Ce dernier est un multicouche, composé de deux couches déposées en sandwich.

Nous avons élaboré un programme qui permet de calculer la réflexion d'un tel matériau en suivant la méthode d'Abelès dans laquelle une couche mince est représentée par une matrice carrée contenant toutes les informations nécessaires pour le calcul de la réflexion. Ce programme tient compte aussi des rugosités aux interfaces du multicouche, vue leur importante influence sur l'intensité du pic apparaissant sur le spectre de réflexion.

L'application du programme au multicouche Ni/C a montré l'existence d'un pic centré autour de  $31.32^\circ$ . Son intensité est sensible au nombre de périodes dans le multicouche, aux épaisseurs des couches minces de Ni et de C et à la taille des rugosités des interfaces Ni/C et C/Ni.

**Mots clés:** Couches minces, multicouche, réflexion, modèle multicouche.

## Abstract

The reflecting power of any mirror in X ray range is very weak, but it is always possible to choose systems that can present a reflection peak with important intensity around an incidence which characterises the material. This material is multi-layer with two thin layers deposited in sandwich configuration.

We have elaborated a programme which permits to calculate the reflection of this material using Abelès method. In the latter, thin layer is represented by square matrix including all necessary data in the calculation of the reflection. The programme considers also the roughness existing at interface level because of its major influence on peak intensity appearing on reflection spectrum.

Application of this programme on Ni/C system has indicated one peak centred around  $31.32^\circ$ . Its intensity is sensitive to the number of periods in the multi-layer, to thin layer thickness of Ni and C and to roughness size of interfaces Ni/C and C/Ni.

**Key words:** Thin films, multi-layer, reflection, multi-layer model.

A. MEDDOR  
A.G. BOUDJAHM  
Institut de Génie des  
Procédés, B.P. 401  
Centre Universitaire  
du 8 Mai 1945  
Guelma 24000, Algérie

## ملخص

القدرة الانعكاسية لسطح بصري معين في مجال الأشعة السينية ضعيف جدا لكن بمقدورنا دائما اختيار جمل بإمكانها أن تعطينا طيفا انعكاسيا ذو شدة مهمة في نواحي خاصة بالمادة المدروسة. وهذا الأخير هو عبارة على متعددة الطبقات يتكون من طبقتين رقيقتين موضوعتين بطريقة تسلسلية على حامل شفاف. أنجزنا برنامجا باستطاعته حساب الانعكاسية لأية مادة أو جملة معينة وذلك باستعمال طريقة/بيلاس التي تعتبر طبقة رقيقة بمثابة مصفوفة مربعة تحتوي على كل المعلومات الضرورية والأساسية للجملة. كذلك هذا البرنامج يأخذ بعين الاعتبار الخشونة الموجودة بين مختلف السطوح لمتعدد الطبقات نظرا لأهميتها وتأثيرها القوي على شدة الانعكاسية التي تظهر بوضوح في طيف الانعكاسية.

و بتطبيق البرنامج على جملة Ni/C يتبين لنا بروز طيف في زاوية السقوط يقدر بـ  $31.32^\circ$ .

وشدة هذا الطيف كما هو موضح في المقال حساس جدا لعدد الدورات المستعملة في الجملة المتعددة الطبقات وسمك الطبقتين الرقيقتين (Ni و C) المكونة للدور وكذلك الخشونة الموجودة على السطوح Ni/C و C/Ni على التوالي.

**كلمات المفتاح:** طبقات رقيقة، متعددة الطبقات، الانعكاسية، نموذج متعددة الطبقات.

Les recherches théoriques et expérimentales sur les multicouches sont nombreuses [1-4]. Des modèles théoriques permettant le calcul de la réflexion d'un multicouche ont été développés et corrigés en s'appuyant sur des résultats expérimentaux. Pour chercher un pic de réflexion aux grands angles d'incidence, ces modèles font recours au facteur de structure du matériau qui apparaît dans les éléments de la matrice de passage reliant les champs électromagnétiques à l'entrée et à la sortie du matériau. La matrice est obtenue à partir des équations de continuité du champ électromagnétique, écrites au niveau des interfaces du multicouche.

Dans notre cas, la matrice est simple et ne fait pas recours au facteur de structure. Cependant, pour localiser un pic de réflexion, on doit se mettre dans des conditions bien précises en établissant une analogie entre le phénomène de diffraction par un cristal et le phénomène de réflexion par un multicouche.

Dans cette article, nous présenterons le modèle que nous avons développé et utilisé, suivi des résultats obtenus sur le multicouche Ni/C avec une discussion.

## MODELE THEORIQUE

Le modèle que nous avons utilisé s'appuie essentiellement sur la méthode d'Abelès [5] selon laquelle une couche mince d'un matériau absorbant est représentée par une matrice carrée  $[M]$  qui s'écrit, en incidence normale comme suit:

$$[M] = \begin{bmatrix} \cos \psi & \frac{j}{\tilde{N}} \sin \psi \\ j\tilde{N} \sin \psi & \cos \psi \end{bmatrix} \quad (1)$$

avec :  $\psi = \frac{2\pi d}{\lambda}$  (2)

et :  $\tilde{N} = \tilde{n}$  (3)

tels que :

$j$ : nombre complexe ( $j = \sqrt{-1}$ ).

$\tilde{n}$  : indice de réfraction complexe du matériau.

$\lambda$  : longueur d'onde du rayonnement utilisé.

$d$  : épaisseur de la couche du matériau.

$\psi$  : déphasage.

En incidence oblique, l'équation (2) devient:

$$\psi = \frac{2\pi d}{\lambda} \tilde{n} \cos \theta \quad (4)$$

$\theta$  est l'angle d'incidence du rayonnement), tandis que l'expression de  $\tilde{N}$  prend deux formes, en fonction de la polarisation du rayonnement. Soit:

$$\tilde{N} = \begin{cases} \tilde{n} \cos \theta & \text{pour une polarisation 'S'.} \\ \frac{\tilde{n}}{\cos \theta} & \text{pour une polarisation 'P'}. \end{cases} \quad (5)$$

Dans le domaine des rayons X, l'indice de réfraction à pour expression [1]:  $\tilde{n} = 1 - \delta - j\beta$ ;  $\delta$  et  $\beta$  représentent respectivement la dispersion et l'absorption du matériau. Ces deux quantités sont très importantes dans le calcul de la réflexion.

Si le système est constitué de deux couches caractérisées par les matrices  $[M_1]$  et  $[M_2]$  (Fig. 1), il peut être représenté par une seule matrice  $[T]$  qui s'écrit:

$$[T] = [M_1][M_2] = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \quad (6)$$

Les éléments de la matrice  $[T]$  s'écriront comme suit:

$$a = \cos \psi_1 \cos \psi_2 - \frac{\tilde{N}_2}{\tilde{N}_1} \sin \psi_1 \sin \psi_2$$

$$b = \frac{j}{\tilde{N}_2} \cos \psi_1 \sin \psi_2 + \frac{j}{\tilde{N}_1} \sin \psi_1 \cos \psi_2,$$

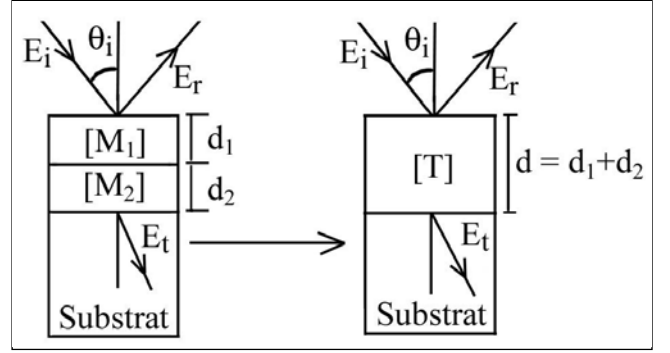
$$c = j\tilde{N}_1 \sin \psi_1 \cos \psi_2 + j\tilde{N}_2 \sin \psi_2 \cos \psi_1$$

$$d = \cos \psi_1 \cos \psi_2 - \frac{\tilde{N}_1}{\tilde{N}_2} \sin \psi_1 \sin \psi_2$$

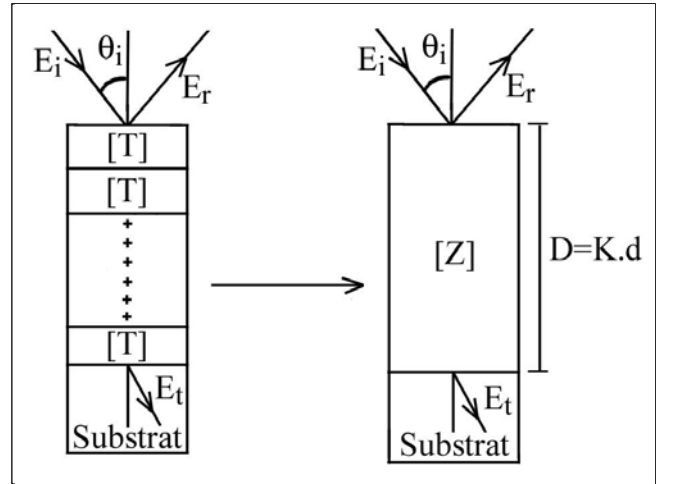
$$\psi_i = \frac{2\pi d}{\lambda} \tilde{n}_i \cos \theta, \quad i = 1, 2.$$

$$\tilde{N}_i = \begin{cases} \tilde{n}_i \cos \theta & \text{pour une polarisation 'S'.} \\ \frac{\tilde{n}_i}{\cos \theta} & \text{pour une polarisation 'P'}. \end{cases}, i = 1, 2.$$

Si le matériau est constitué de  $K$  périodes, chaque période étant représentée par la matrice  $[T]$  (Fig. 2), il sera donc représenté par une seule matrice  $[Z]$  qui s'écrit:



**Figure 1:** Schéma d'un système à une période (bicouche).



**Figure 2:** Schéma d'un système à K périodes.

$$[Z] = [T][T] \dots [T] = [T]^K = \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \quad (7)$$

La matrice  $[Z]$  est une matrice de passage; elle relie les champs électromagnétiques dans les milieux d'entrée (air) et de sortie (substrat) selon l'équation (8):

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ H_1 \end{bmatrix} = [Z] \begin{bmatrix} E_2 \\ H_2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Les équations de continuité du champ électromagnétique aux interfaces du multicouche permettent d'établir une expression pour la réflexion en amplitude, pour un système idéal ne présentant pas de rugosités, soit:

$$\tilde{r}_I = \frac{N_0(x + N_s y) - (z + N_s w)}{N_0(x + N_s y) + (z + N_s w)} \quad (9)$$

$N_s$  et  $N_0$  sont respectivement les indices des milieux de sortie (substrat) et d'entrée (air). L'expression de la réflexion pour l'énergie s'écrit [6]:

$$R_I = \tilde{r}_I \tilde{r}_I^* \quad (10)$$

$\tilde{r}_I$  est le nombre complexe conjugué de  $\tilde{r}_I^*$ .

Si le multicouche présente des rugosités au niveau de ses interfaces, l'expression de la réflexion, donnée par (10),

doit être corrigée par un facteur qui tient compte de cette imperfection [7]. Si les rugosités ont une distribution gaussienne, l'expression de la réflexion devient:

$$R = R_I \exp\left(-\frac{16\pi^2\sigma^2}{\lambda^2}\right) \quad (11)$$

$\sigma$  : valeur quadratique moyenne de la rugosité.  
 $\lambda$  : longueur d'onde du rayonnement.

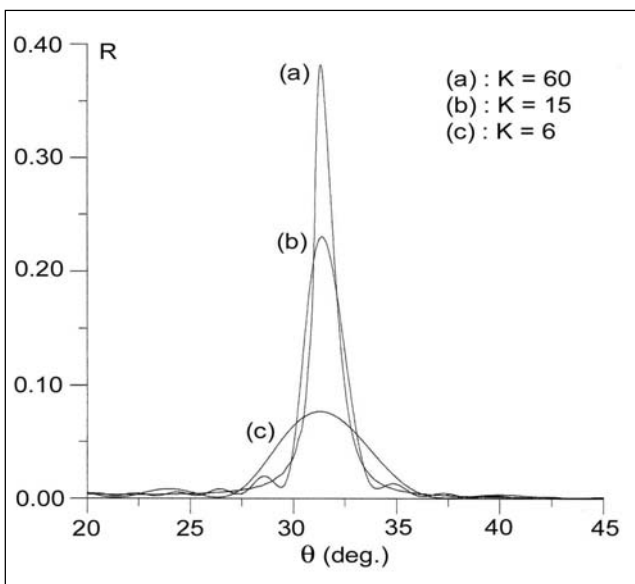
### APPLICATION AU SYSTEME Ni/C

La calcul de la réflexion du multicouche est effectué connaissant les coefficients de dispersion et d'absorption des deux matériaux ainsi que les épaisseurs de leurs couches. Le nombre de périodes de l'empilement et la rugosité aux interfaces jouent aussi un rôle important sur la variation de l'amplitude de la réflexion calculée. Pour le système Ni/C, nous avons reporté dans le tableau 1, les valeurs expérimentales de  $\delta$ ,  $\beta$  de Ni et de C pour un rayonnement de longueur d'onde  $\lambda = 50.70 \text{ \AA}$  [16], ainsi que leurs épaisseurs.

Matériau	$\delta \cdot 10^3$	$\beta \cdot 10^4$	Epaisseur (Å)
Ni	18.00	81.50	20
C	3.94	2.92	30

**Tableau 1:** Valeurs expérimentales de  $\delta$  et  $\beta$  des matériaux Ni et C pour  $\lambda = 50.70 \text{ \AA}$ , ainsi que les épaisseurs de leurs couches dans l'empilement.

Sur la figure 3, sont représentées trois courbes de réflexion calculées, entre 20 et 45°, à partir de l'équation (10). La courbe (a) correspond au multicouche contenant 60 périodes, (b) 15 périodes et (c) 6 périodes. Le pic est localisé à 31.32°, et son intensité est d'autant plus grande que le nombre de périodes est grand. Nous avons constaté qu'au-delà de 60 périodes, l'intensité du pic reste constante et vaut 38.20%.

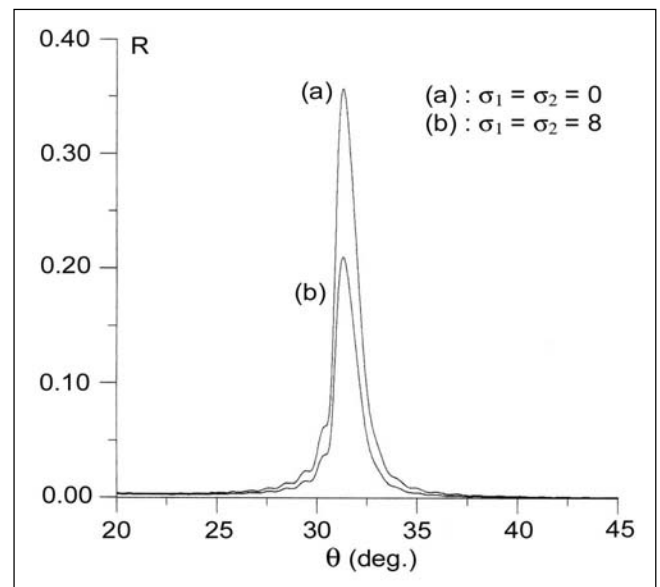


**Figure 3:** Courbes de réflexion calculées du matériau Ni/C en fonctions du nombre de périodes.

Nous avons aussi constaté, sur ce matériau, que le pic de réflexion ne peut être observé que lorsqu'une condition très importante est satisfaite reliant l'épaisseur de la période à la longueur d'onde du rayonnement utilisé. En effet, ces deux quantités doivent être comparables, comme c'est le cas pour le phénomène de diffraction par un cristal, qui ne peut être observé que lorsque la longueur d'onde du rayonnement utilisé est comparable à la distance inter-réticulaire séparant deux plans consécutifs de la même famille.

Pour avoir une idée de l'influence de la rugosité sur l'intensité du pic de réflexion, nous avons fixé le nombre de périodes à 35 et l'épaisseur de la période 50 Å. Sur la figure 4, sont représentées deux courbes de réflexion calculées à partir de l'équation (11).

La courbe (a) correspond au système idéal ( $\sigma = 0$ ) et la courbe (b) au système non idéal ( $\sigma = 8 \text{ \AA}$ ). Une chute considérable de l'intensité du pic est observé lorsqu'on passe du système idéal (36%) au système non idéal (21%).



**Figure 4:** Effet de la rugosité sur l'amplitude du pic de la réflexion calculée du système Ni/C.

### CONCLUSION

L'application de la méthode d'Abelès, dans laquelle une couche mince d'un matériau est représentée par une matrice carrée, au système Ni/C a donné un pic de réflexion centré à 31.32°. Son intensité est sensible au nombre de périodes du multicouche et à la taille des rugosités aux interfaces.

Cette méthode, bien qu'elle ne tienne pas compte du phénomène de diffraction, montre que le spectre de réflexion calculé peut présenter un pic intense que nous pouvons comparer à un pic observé sur le spectre de diffraction des rayons X par un cristal. De ce fait, pour que cette analogie soit établie, une condition doit être respectée. Elle consiste à considérer un rayonnement dont la longueur d'onde est du même ordre de grandeur que la taille d'une période du multicouche.

## REFERENCES

- [1]- Boufelfel A. and Falco C.M., *Thin. Solid. Films*, 258, (1995), pp. 26-33.
- [2]- Macquart P., Thèse de Doctorat, Université de Paris 6, (1990), pp. 89-101.
- [3]- Rosenbluth A.E., *Phys. Appl.*, 23, (1988), pp. 1599-1621.
- [4]- Stearns D.G., *J. Appl. Phys.*, 65, N°2, (1989), pp. 491-506.
- [5]- Parjadis de Larivière G., Frigerio G.M., Rivory J. and Abelès F., *Applied Optics*, 31, N°28, (1992), pp. 6056-6060.
- [6]- Spiller E., "Multilayer X-ray mirrors", University of Rochester, New-York, (1986), p. 10.
- [7]- Névot L. and Grose P., *Phys. Appl.*, 15, (1980), pp. 761-7790.