

Comparaison de deux Modèles de Turbulence dans la Simulation d'un Jet Turbulent Axisymétrique

R. Hade¹, A. Haddad² et F. Khaldoun¹

¹BP 297, Institut de Génie Mécanique, C.U. Larbi Ben M'Hidi - 04000 - Oum El Bouaghi – Algérie.

²BP 401, Institut de Mécanique, C.U. 8 Mai 45 - 24000 - Guelma – Algérie.

Résumé – La présente étude décrit la simulation du phénomène de refroidissement d'une surface plane par un jet d'air. La méthode des volumes finis est utilisée pour résoudre les équations de transport régissant les transferts de chaleur et de quantité de mouvement prenant place lors de l'impact. La turbulence est décrite grâce à l'application du modèle de Chien et les résultats obtenus sont comparés à ceux du modèle classique $k-\varepsilon$. Ils montrent l'incapacité de ce dernier à décrire les phénomènes qui prennent place au voisinage de parois solides.

Abstract – In the present study, a numerical simulation, based on the finite-volume procedure, is constructed and applied for the steady flow and heat transfer characteristics of a free turbulent jet impinging on a n isothermal flat surface. The low Reynolds number $k-\varepsilon$ turbulence model of Chien is used and the obtained results are compared to the predictions of the $k-\varepsilon$ turbulence standard model. The findings confirm that the second is incapable to describe the turbulent transport processes in the near wall region.

Mots-clés : Simulation numérique - Volumes finis - Transfert de chaleur - Quantité de mouvement
Jet turbulent - Modèle de CHIEN - Modèle $k-\varepsilon$.

1. INTRODUCTION

L'utilisation des jets sur des parois solide est largement répandue pour des applications telles que le refroidissement, le séchage, le dégivrage ou le conditionnement d'air. Le transfert de chaleur résultant de l'impact d'un jet turbulent contre une paroi est plus important que celui obtenu dans le cas où le jet est envoyé sur celle-ci sous une incidence nulle. L'importance de ce transfert justifie les nombreuses études qui lui ont été consacrées [1-4].

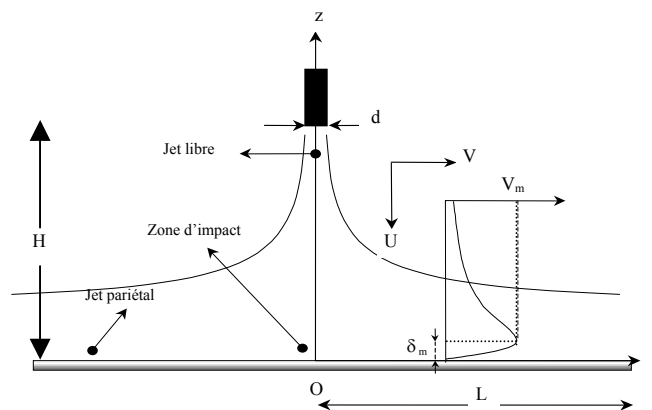


Fig. 1- Schéma d'un jet turbulent axisymétrique heurtant une paroi solide

La présente étude se propose de décrire les comportements dynamique et thermique d'un jet circulaire frappant perpendiculairement à son axe une paroi plane circulaire (Fig. 1). La turbulence y est modélisée par application du modèle de Chien [5]. Les résultats obtenus sont comparés à ceux du modèle standard $k-\varepsilon$ [6,7].

2. RESOLUTION MATHEMATIQUE

2.1. Formulation mathématique

L'hydrodynamique et la thermique de l'écoulement turbulent sont décrites par les équations universelles de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie, exprimées en termes de moyenne de Reynolds par :

$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \cdot \vec{U} &= 0 \\ \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{U} \otimes \vec{U}) &= \vec{\nabla} \cdot \left(\frac{\sigma}{\rho} - \overline{\vec{u} \otimes \vec{u}} \right) \\ \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{U} T) &= \vec{\nabla} \cdot \left(\frac{\nu}{Pr} \vec{\nabla} T - \overline{\vec{u} \theta} \right)\end{aligned}$$

avec :

$$\frac{\sigma}{\rho} = -\frac{P}{\rho} \vec{I} + \nu \left(\vec{\nabla} \vec{U} + (\vec{\nabla} \vec{U})^T \right)$$

et l'opérateur \otimes désigne le produit tensoriel de deux vecteurs.

L'interaction du champ fluctuant sur le champ moyen apparaît sous la forme du tenseur des contraintes de Reynolds $(-\vec{u} \otimes \vec{u})$ et du flux thermique $(-\vec{u} T)$. Ces flux turbulents sont des termes essentiels (mais inconnus) des équations, et les résultats que l'on peut attendre d'une simulation numérique dépend fortement de la qualité de leur modélisation. Si le flux thermique est généralement modélisé par le gradient de température moyenne selon la relation :

$$-\vec{u} \theta = \frac{\nu_t}{Pr_t} \vec{\nabla} T$$

le tenseur des contraintes de Reynolds a connu et continue à connaître plusieurs formulations.

2.2. Modèles de turbulence

2.2.a. Le modèle standard $k-\varepsilon$

Il est basé sur l'hypothèse de la «viscosité turbulente» initiée par Boussinesq où les contraintes turbulentes sont exprimées en fonction du tenseur du taux de déformation à l'aide d'une nouvelle variable ν_t appelée viscosité turbulente telles que :

$$-\vec{u} \otimes \vec{u} = \nu_t \left(\vec{\nabla} \vec{U} + (\vec{\nabla} \vec{U})^T \right) + \frac{2}{3} \delta_{ij} k$$

où ν_t est déterminée à partir de la relation:

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$$

L'énergie cinétique turbulente k et sa dissipation ε sont décrites par leurs équations de transport respectives:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{U}k) = \vec{\nabla} \cdot \left(\left(\mathbf{v} + \frac{\mathbf{v}_t}{\sigma_k} \right) \vec{\nabla} k \right) + P_k - \varepsilon$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{U}\varepsilon) = \vec{\nabla} \cdot \left(\left(\mathbf{v} + \frac{\mathbf{v}_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \vec{\nabla} \varepsilon \right) + (C_{\varepsilon 1} P_k - C_{\varepsilon 2} \varepsilon) \frac{\varepsilon}{k}$$

Les constantes du modèle prennent pour valeurs :

$$C_\mu = 0.09, C_{\varepsilon 1} = 1.44, C_{\varepsilon 2} = 1.92, \sigma_k = 1.0 \text{ et } \sigma_\varepsilon = 1.3$$

Ces équations ont été établies pour des écoulements à grands nombres de Reynolds où les transports moléculaires sont négligeables devant les transports turbulents. Toutefois en présence d'une paroi, la couche visqueuse joue un rôle très important particulièrement en ce qui concerne les transferts de chaleur se produisant à son niveau. Pour remédier à cet aléa, des lois de paroi [8] sont appliquées dans cette couche, et le modèle standard $k-\varepsilon$ est utilisé à l'extérieur de cette zone. La loi communément appelée «loi de paroi» est principalement basée sur l'hypothèse de la constance de la contrainte de cisaillement notée τ_p dans la région proche de la paroi, conduisant à l'établissement de la fameuse «loi logarithmique» qui s'exprime :

$$V^+ = z^+ \quad \text{pour } z^+ \leq 11.63$$

$$V^+ = 2.44 \ln z^+ + 5 \quad \text{pour } z^+ \leq 11.63$$

Les solutions sont raccordées par un choix convenable de la première station de calcul qui se situe à la limite externe de la couche visqueuse.

2.2.b. Modèles $k-\varepsilon$ à faible nombre de Reynolds

Lorsque l'écoulement est à faible nombre de Reynolds particulièrement lorsqu'il se réalise à proximité d'une paroi solide, le modèle standard $k-\varepsilon$ ne peut prédire correctement la dynamique parfaitement jusqu'à la paroi, à cause essentiellement de la présence de la sous-couche laminaire (adhérence à la paroi) où les transports visqueux sont du même ordre de grandeur que les transports turbulents. D'autres variantes du modèle $k-\varepsilon$ prenant en compte la présence de la sous-couche visqueuse ont été développées sur la base du premier modèle introduit par Hanjalic et Launder [9] et n'ont cessé d'être transformé grâce à la contribution de différents chercheurs. Dans ce type de modèle, la viscosité turbulente est exprimée par la relation suivante:

$$\nu_t = f_\mu C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$$

où f_μ est un terme introduit pour tenir compte de la dégénérescence de la viscosité turbulente à l'approche de la paroi. Les équations de bilan de k et de ε s'expriment alors:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{U}k) = \vec{\nabla} \cdot \left(\left(\mathbf{v} + \frac{\mathbf{v}_t}{\sigma_k} \right) \vec{\nabla} k \right) + P_k - (\varepsilon + D)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{U}\varepsilon) = \vec{\nabla} \cdot \left(\left(\mathbf{v} + \frac{\mathbf{v}_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \vec{\nabla} \varepsilon \right) + (f_1 C_{\varepsilon 1} P_k - f_2 C_{\varepsilon 2} \varepsilon) \frac{\varepsilon}{k} - E$$

Le terme D de l'équation de l'énergie cinétique turbulente est introduit afin de modéliser l'expression de la dissipation à la paroi. Les fonctions correctrices des effets liés à la faiblesse du nombre de Reynolds ne sont effectives qu'au voisinage immédiat de la paroi. Loin de celle-ci, l'égalité suivante est obtenue: $f_\mu = f_1 = f_2 = 1$.

Les différents coefficients C_{ε_1} et C_{ε_2} ainsi que les fonctions des modèles f_1 et f_2 sont établies de manière d'une part à reproduire le bon comportement des équations de l'énergie cinétique turbulente et de sa dissipation au voisinage de la paroi, et d'autre part à assurer la validité de ces équations à décrire l'écoulement complètement turbulent (loin de la paroi). Parmi les variantes du modèle k - ε à bas nombre de Reynolds, celui du à Chien [5] est utilisé. Les fonctions de ce dernier s'expriment:

$$\begin{aligned} f_1 &= 1, \quad f_\mu = 1 - \exp(-0.0115z^+) \\ f_2 &= 1 - 0.22 \exp(-Re_i^2/36), \quad C_{\varepsilon_1} = 1.35 \\ f_\mu &= 1 - \exp(-0.0115z^+), \quad C_{\varepsilon_2} = 1.8 \\ D &= 2\nu k / z^2 \quad \text{et} \quad E = 2\nu\varepsilon / z^2 \exp(-0.5z^+) \end{aligned}$$

2.3. Conditions initiales

Dans les équations à résoudre, la pression n'intervient que par son gradient. Par conséquent, il est intéressant de la remplacer par celle relative à la pression ambiante. Cette pression relative est initialisée à zéro dans tout le domaine de calcul. Les autres conditions dynamiques sont celles d'un milieu au repos avec de faibles valeurs de k et de ε .

2.4. Conditions aux limites

A sa sortie de l'injecteur, l'écoulement est assumé turbulent, complètement développé et établi. Le profil de sa vitesse axiale est parabolique avec une puissance $1/7$. La vitesse sur l'axe du jet est donnée en fonction de la vitesse débitante et du nombre de Reynolds à la sortie par la relation [10]:

$$\frac{U_d}{U_{axe}} = 0,811 + 0.038 [\log_{10} Re - 4]$$

La vitesse de frottement à la paroi U_τ est approximée par la relation [10]:

$$\frac{U_d}{U_\tau} = 2,5 \ln \left(\frac{U_\tau d}{2\nu} \right) + 1.5$$

La connaissance de U_τ permet de déterminer l'énergie cinétique turbulente et sa dissipation à l'entrée [11]:

$$k_c = \frac{0,91 U_\tau^2}{(r/R) + 0.14}$$

$$\varepsilon_c = C_\mu^{3/4} \frac{k_c^{1,5}}{l}$$

où l est la longueur de mélange approximée par:

$$l_m = R [0.14 - 0.08 (r/R)^2 - 0.06 (r/R)^4]$$

A la paroi, la température est imposée. Sur l'axe, la vitesse radiale, les autres variables ainsi que leurs gradients respectifs sont nuls.

2.5. Méthode numérique

Dans la configuration axisymétrique (r, z), les équations de conservation s'écrivent sous la forme générale:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left(U\phi - \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \left(V\phi - \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) \right) = S_{\phi}$$

où ϕ est la variable massique moyenne transportable (1, U, V, k, ϵ ou T), Γ_{ϕ} son coefficient de diffusion et S_{ϕ} son terme de source spécifique. La méthode des volumes finis est utilisée pour la résolution numérique de ces équations [12]. Les composantes U et V de la vitesse sont discrétisées en des mailles décalées par rapport aux nœuds principaux sur lesquels sont localisées les autres variables scalaires. Les termes de convection-diffusion sont approchés par le schéma 'QUICK' pour les composantes de la vitesse et par le schéma 'HYBRID' pour les scalaires k , ϵ et T [13,14,15]. La pression étant l'unique variable n'ayant pas d'équation, elle sera estimée par son couplage avec le champs hydrodynamique (U,V) grâce l'algorithme 'PISO' [16]. Le système constitué par les équations finales discrétisées écrites en chaque nœud du domaine ainsi que les conditions aux limites est résolu itérativement grâce à l'application de l'algorithme de Thomas 'TDMA'.

Du fait du couplage et de la non-linéarité des équations à résoudre, la stabilité du processus itératif ne peut être assurée que par l'utilisation de coefficients de sous-relaxation et la linéarisation des termes sources. La convergence de la méthode est contrôlée par l'examen de l'évolution des résidus relatifs à chacune des équations et du défaut de masse intervenant comme terme source de correction de la pression.

3. RESULTATS

La simulation a été réalisée pour un Reynolds de 10000. Le fluide chaud utilisé est de l'air dont le diamètre d du jet est pris égal à 1cm. L'espacement plaque-injecteur est de $2d$ et la plaque froide possède un rayon L égal à $5d$. La figure 2 présente les iso-valeurs de la fonction correctrice f_{μ} . Elle se manifeste au voisinage du point d'impact sur une faible distance de l'ordre de $0.2d$ à partir de la paroi avec un fort gradient normal à celle-ci. Ailleurs, son influence devient plus étendue pour de grandes valeurs de r tandis que la fonction f_2 n'intervient que sur une distance de $0.01d$ de la paroi [17].

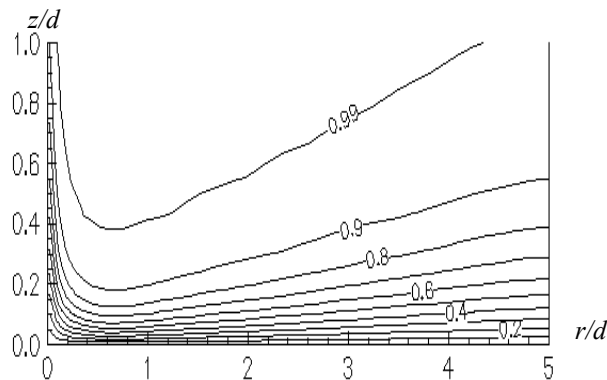


Fig. 2 Iso-valeurs de la fonction f_{μ}

Les profils de la vitesse V^+ en fonction de la distance réduite z^+ pour les deux modèles appliqués (Fig. 3), sont confondus dans la partie interne de la sous-couche visqueuse. Ceci correspond à l'existence d'une propriété de similitude représentée par $V^+ = z^+$ pour $z^+ \leq 5$ dans

le modèle de Chien et $z^+ \leq 2$ dans le modèle standard $k-\varepsilon$. En revanche, ils présentent une évolution très différente dans le reste du jet.

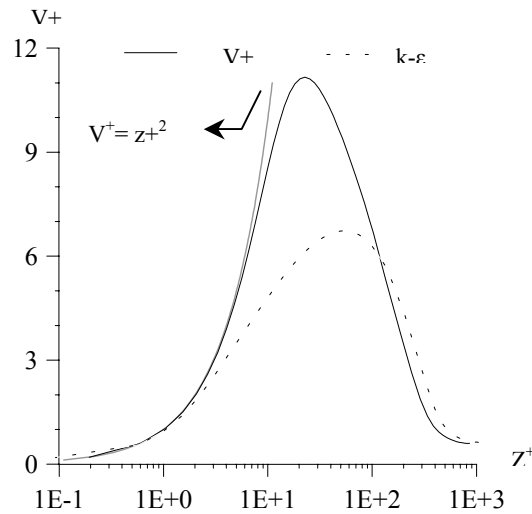


Fig. 3 : Evolution transversale de la vitesse radiale moyenne à $r = 4d$

L'énergie cinétique turbulente, $k^+ = k/V_\tau^2$ (Fig. 4) calculée par le modèle de CHIEN passe par un maximum (≈ 8) pour $z^+ \approx 80$. Ce maximum est moins important dans l'autre modèle (≈ 5) pour $z^+ \approx 110$ ce qui indique une structure de sous-couche beaucoup plus épaisse.

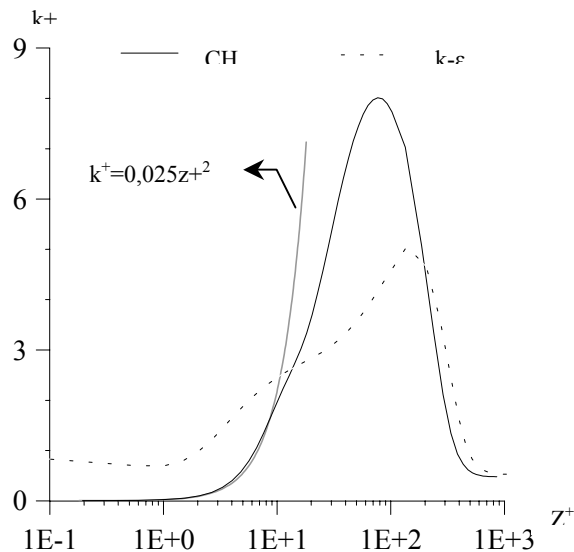


Fig. 4 : Evolution transversale de l'énergie cinétique turbulente à $r = 4d$

En ce qui concerne la fonction de dissipation $\varepsilon^+ = \varepsilon v/V_\tau^2$ (Fig. 5), un premier maximum est calculé à $z^+ \approx 10$, égal à celui calculé dans un canal [5], c'est à dire dans la sous couche de viscosité. Aussi, un second maximum, plus grand est calculé à $z^+ \approx 40$, soit au-delà de la sous-couche. Le modèle standard $k-\varepsilon$ ne prédit qu'un seul maximum à $z^+ \approx 100$. Le modèle de Chien réussit à prédire l'allure expérimentale de l'évolution au sein de la couche visqueuse de $k^+ = C_k z^{+2}$ et de $\varepsilon^+ = C_\varepsilon z^{+2}$ d'une manière satisfaisante avec $0.025 \leq C_k \leq 0.05$.

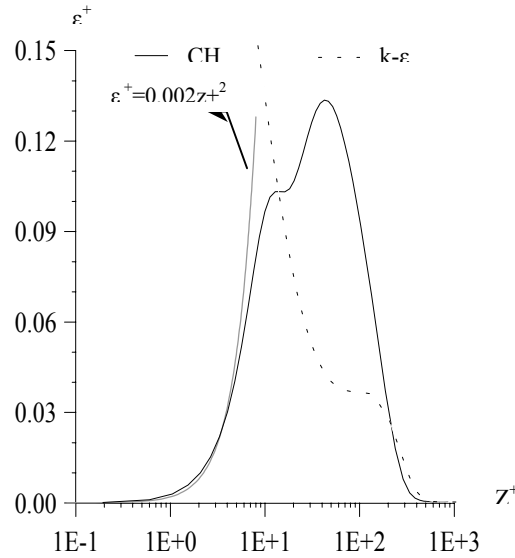


Fig. 5 : Evolution transversale de la dissipation visqueuse à $r = 4d$

L'énergie cinétique turbulente k/V_m^2 (Fig. 6.a) et le frottement turbulent $-\overline{uv}/V_m^2$ (Fig. 6.b) en fonction de la variable transversale z/δ_m présentent tous deux leur maximum au-delà de la position du maximum de vitesse.

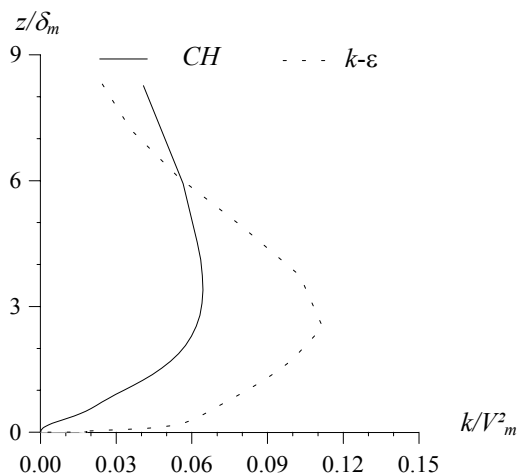


Fig. 6a : Evolution transversale de l'énergie cinétique turbulente à $r = 4d$

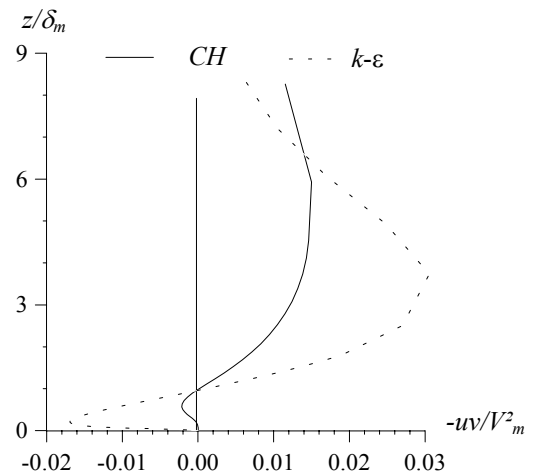


Fig. 6b : Evolution transversale du transport turbulent à $r = 4d$

Le coefficient de frottement C_f adimensionné par $\rho V_m^2/2$ est trouvé constant dans le jet pariétal (Fig. 7.a) confirmant ainsi les résultats expérimentaux de Schwarz et Cozart [18]. Par contre, la tension à la paroi augmente pour atteindre un maximum à $r=d/2$ avant de décroître en puissance en s'éloignant du point d'impact (Fig. 7.b). Le profil de la pression exercée sur la plaque est similaire pour les deux modèles révélant une zone d'impact de l'ordre de $1d$ (Fig. 8).

Concernant le côté thermique de l'étude et afin d'améliorer les prédictions numériques, un terme correctif proposé par Yap [19] est ajouté à celui source de l'équation de la dissipation de l'énergie cinétique turbulente. Ce terme s'exprime :

$$S_{ey} = \max \left[0, C_{Yap} \left(\frac{1}{l_e} - 1 \right) \left(\frac{1}{l_e} \right)^2 \frac{\varepsilon^2}{k} \right]$$

Cette correction a été introduite par Yap après avoir constaté la surestimation par le modèle, des flux de chaleur dans le cas des écoulements avec recirculation.

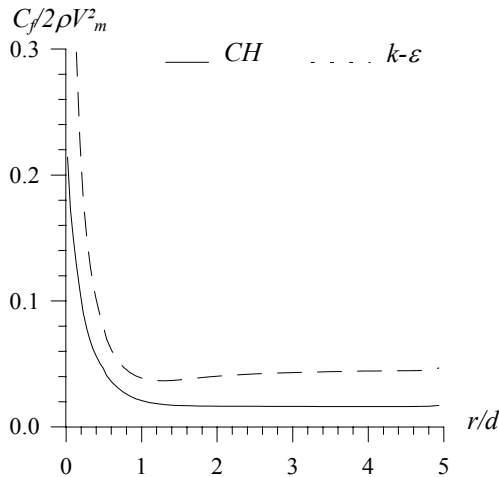


Fig. 7a : Profil du coefficient de frottement de la paroi

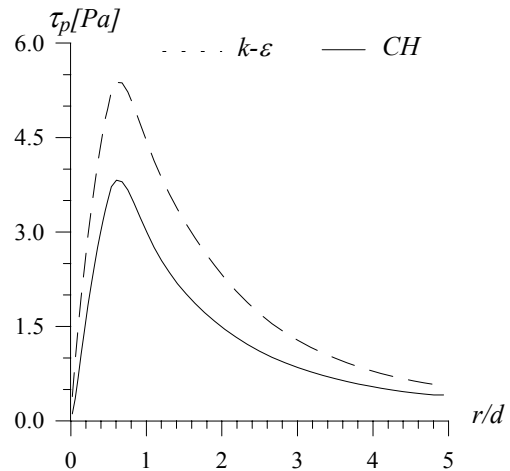


Fig. 7b : Profil de la tension de frottement sur la paroi

En Figure 9, le modèle de Chien fait ressortir le second maximum inhérent au profil du Nusselt, également prédit par le modèle sans correction préalable. Cet optimum observé expérimentalement [20] pour des distances séparant l'injecteur de la paroi allant jusqu'à $H/d=3$ est attribué à l'amincissement local de la couche limite. Pamadi et Belov [21] montrèrent grâce à une analyse théorique que la présence de ce pic est essentiellement due à la non-uniformité de la turbulence induite dans le jet en développement. Ils conclurent que son apparition repose sur le degré d'uniformité de la turbulence. On remarque que l'évolution locale du Nusselt le long de la plaque diffère d'un modèle à un autre.

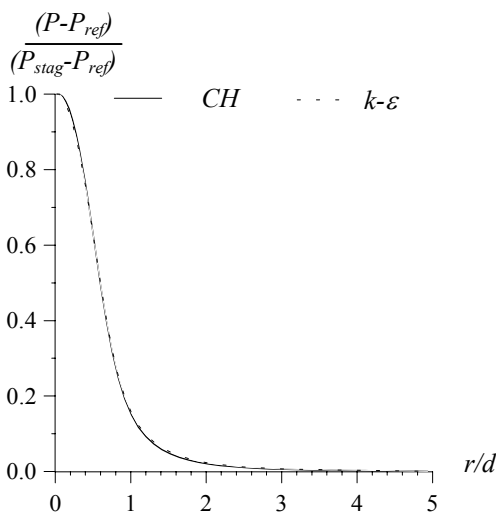


Fig. 8 : Evolution de la pression sur la paroi

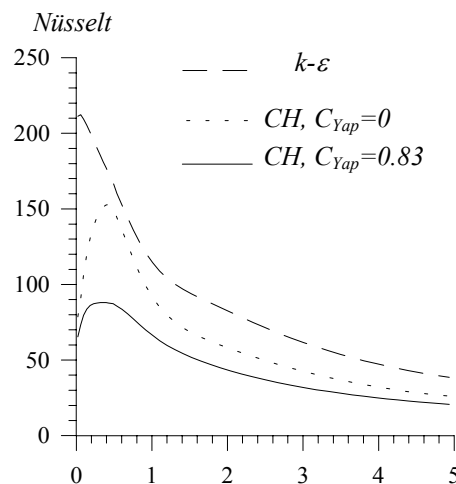


Fig. 9 : Profil du nombre de Nusselt local

L'évolution longitudinale de la température (Fig. 10) est représentée par la température adimensionnée T^+ . On retrouve la concordance avec les résultats expérimentaux d'un jet plan [22] ou circulaire [23] où la distribution de la température dans la sous-couche thermique suit la loi $T^+ = Pr z^+$

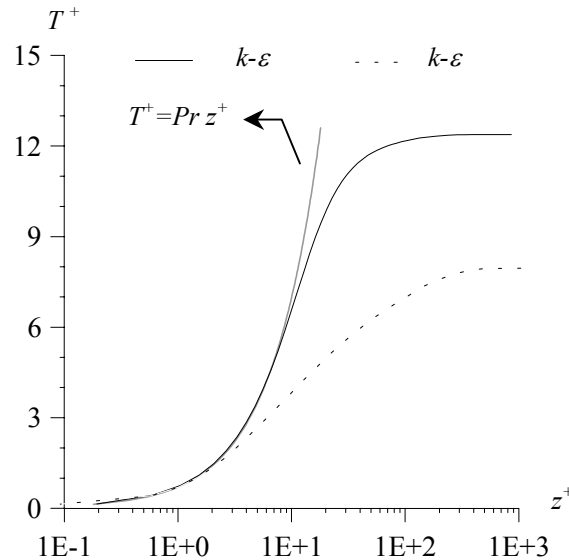


Fig.10: Evolution transversale de la température

4. CONCLUSION

Le refroidissement d'une plaque plane par un jet d'air turbulent a été simulé numériquement par la méthode des volumes finis. Les résultats obtenus par deux modèles de turbulence ont été confrontés. Ces derniers ont fait ressortir l'insuffisance du modèle standard $k-\varepsilon$ quant à sa description des phénomènes de transfert turbulent de chaleur et de quantité de mouvement au voisinage de la paroi. Néanmoins, il faut souligner que même le modèle de CHIEN est ouvert pour ajouter une considération de la courbure importante des lignes de courant au voisinage de la zone d'impact (nombre de Richardson par exemple). La constante C_{yap} introduite par Yap influe sensiblement sur la valeur du maximum qu'atteint le nombre de Nusselt. Elle dépend du modèle de turbulence (à faible nombre de Reynolds) utilisé et sa détermination expérimentale est nécessaire.

Remerciements: Nous remercions l'ANDRU pour le support financier, Contract N°CC19701, et aussi Mr A.LAOUAR pour la bibliographie fournie.

NOMENCLATURE

C_p : chaleur massique à pression constante	C_f : coefficient de frottement
$C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}$: constantes du modèle $k - \varepsilon$ standard	C_{yap} : constante de Yap
d : diamètre de l'injecteur	Pr : nombre de Prandtl
D, E, f_1, f_2, f_μ : fonctions du modèle $k - \varepsilon$ à bas nombre de Reynolds	Pr_t : nombre de Prandtl turbulent
h : coefficient d'échange convectif local	r : direction radiale
H : espacement plaque-injecteur	R : rayon de l'injecteur
	Re : nombre de Reynolds ($= \rho U_d d / \nu$)

\bar{I}	: tenseur unité	t	: temps
k	: énergie cinétique turbulente	T	: température
l	: échelle intégrale de longueur (=2.45z)	T_p	: température de la paroi
le	: longueur caractéristique (=k ^{1.5} /ε)	T^+	: température adimensionnée (= ρC _p V _τ (T-T _p)/φ _p)
l_m	: longueur de mélange	\bar{u}	: vecteur fluctuation de vitesse
L	: rayon de la surface d'impact	\bar{U}	: vecteur vitesse
Nu	: nombre de Nusselt local (hd/λ)	U	: composante axiale de la vitesse
P	: pression	U_{axe}	: composante axiale de la vitesse
P_k	: production de l'énergie cinétique turbulente (=ν $\bar{\nabla} \cdot \bar{U} (\bar{\nabla} \bar{U} + (\bar{\nabla} \bar{U})^T)$)	U_d	: vitesse débitante
V_τ	: vitesse de frottement à la paroi d'impact (=√τ _p /ρ)	U_τ	: vitesse de frottement sur la paroi de l'injecteur
δ_m	: distance entre la paroi et le maximum de vitesse	V_m	: maximum de vitesse dans le jet pariétal
φ_p	: densité de flux thermique à travers la paroi	V^+	: vitesse adimensionnée (=V/V _τ)
ε	: dissipation de l'énergie cinétique turbulente	z	: direction axiale
θ	: partie fluctuante de la température	z^+	: distance adimensionnée (=zV _τ /ν)
σ_k	: nombre de Prandtl de la grandeur k	δ	: épaisseur du jet pariétal
σ_ε	: nombre de Prandtl de la grandeur ε	λ	: conductivité thermique
$\bar{\sigma}$: tenseur des contraintes visqueuses	ν	: viscosité cinématique
Re_t	: nombre de Reynolds turbulent (=k ² /ν ε)	ν_t	: viscosité turbulente
V	: composante radiale de la vitesse	ρ	: masse volumique
		τ_p	: frottement à la paroi

REFERENCE

- [1] R. Viskanta, "Heat Transfer to Impinging Isothermal Gas and Flame Jets", Experimental Thermal and Fluid Science, 6:111-134 (1993).
- [2] A. Mameri, R. Hadeef et A. F. Khaldoun, "Etude Numérique de L'impact d'un Jet Compressible Turbulent sur une Plaque Horizontale", 5^{ème} Séminaire National de Mécanique, Boumerdes, pp61-65 (1996).
- [3] R. Hadeef, M. J. Safi et A. Mameri, "Etude Numérique d'un Jet Libre Compressible et Turbulent en Stagnation", Journées Tunisiennes sur les Ecoulements et les Transferts, Monastir pp1-12 (1996).
- [4] F. Khaldoun, R. Hadeef et A. Haddad, "Prédiction par un Modèle à Faible Nombre de Reynolds de L'interaction d'un Ecoulement Divergent une Paroi Plane", 4^{èmes} Journées Maghrébines sur le Génie Mécanique, Constantine (1999).
- [5] K. Y. Chien "Prediction of Channel and Boundary-Layer Flows with a Low Reynolds Number Turbulence Model", AIAA journal, 20-1:33-38 (1982).
- [6] K. N. C. Bray, "Kinetic Energy of Turbulence in Flames", University of Southampton, report n°332 (1974).
- [7] F. H. Harlow and P. I. Nakayama "Turbulence Transport Equations", The Physics of Fluids, 10(11):2323-2332 (1967).
- [8] B. E. Launder and D. B. Spalding, Mathematical Models of Turbulence, Academic Press, London and N.-Y. (1972).

- [9] K. Hanjalic and B. E. Launder, “*A Reynolds Stress Model of Turbulence and its Application to Thin Shear Flows*”, J. Fluid Mechanics, Part 4, 52:609-638 (1972).
- [10] D. Karmed, P. Bruel & M. Champion, “*Numerical study of premixed turbulent impinging on a flat surface*”, Proc. 14th ICDERS, Coïmbra, Portugal (1993).
- [11] H. Tennekes and J. L. Lumley, *A First Course in Turbulence*, Mir Press (1972).
- [12] S. V. Patankar, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Mc-Graw Hill, New York (1980).
- [13] D. B. Spalding, “*A Novel Finite Difference Formulation for Differential Expressions Involving both First and Second Derivatives*”, J. Numerical Methods in Engineering, 4 (1972).
- [14] B. P. Leonard, “*A Stable and Accurate Convective Modelling Procedure Based on Quadratic Upstream Interpolation*”, Comp. Meth. Appl. Mech. Eng., 4 (1979).
- [15] M. A. Leschziner and W. Rodi, “*Calculation of Annular and Twin Parallel Jets Using Various Discretisation Schemes and Turbulence Model Variants*”, ASME J. Fluids Eng., 103 (1981).
- [16] R. I. Issa “*Solution of the Implicitly Discretised Fluid Flow Equations by Operator-Splitting*”, Report n° FS/82/15, Imperial College of Science & Technology, Fluid section (1983).
- [17] F. Khaldoun “*Simulation Numérique de l’Impact d’un Jet Turbulent sur une Plaque par le Modèle à Faible Nombre de Reynolds*” Thèse de Magister C.U Oum El Bouaghi (2000).
- [18] W. H. Schwartz and W. P. Cosart, “*The Two Dimensional Profiles in a Wall Jet*”, J. Fluid Mech., 10, 481-495 (1961).
- [19] C. R. Yap, “*Turbulent and Momentum Transfer in a Recirculating And Impinging Flows*”, Ph.D. thesis, Faculty of Technology, University of Manchester, UK (1987).
- [20] J. W. Baughn and Shimizu, “*Heat Transfer Measurements from a Surface with Uniform Heat and an Impinging Jet*”, ASME Journal of heat Transfer, 111, 1096-1098 (1989).
- [21] B. N. Pamadi and I. A. Belov, “*A Note on the Heat Transfer Characteristics on Circular Impinging Jet*”, Int. J. Heat & Mass Transfer, 23, 783-787 (1980).
- [22] P. Y. Nizou et T. Tida, “*Transferts de Chaleur et de Quantité de Mouvement dans les Jets Pariétaux Plans Turbulents*”, Int. J. Heat Mass & Transfer, Vol. 38/7:1187-1200 (1995).
- [23] G. Bui “*Contribution à l’Etude des Flammes Pariétales Turbulentes de Diffusion*” Thèse de Doctorat de l’Université de Lyon (1989).