

## Dynamique de la fission par les équations de transport

Soumis le 17/02/1999 – Accepté le 14/06/2000

### Résumé

A haute énergie d'excitation, le modèle statistique utilisé pour décrire la compétition entre la fission et l'évaporation de particules légères cesse d'être valable. Le désaccord entre les prédictions du modèle statistique et l'expérience est très grand et atteint jusqu'à trois fois l'ordre de grandeur. Du point de vue physique, la fission est un processus dynamique et pas purement statistique. Un autre outil mathématique est alors introduit : *les équations de transport*.

La description de la dynamique de la fission à l'aide des équations de transport a permis d'obtenir des résultats satisfaisants pour les multiplicités des neutrons. Pour les particules chargées, il faut prendre en compte la déformation et la rotation collective du noyau dans l'évaluation des largeurs d'émission.

**Mots clés:** *Modèle statistique, largeurs de désintégration, friction, équations de transport, multiplicités de particules, fission, neutrons.*

### Abstract

For high excitation energy, the statistical model, which is used to describe the competition between fission and light particle evaporation, becomes not valid. The disagreement between the prediction of the statistical model and the experimental results is very high and can reach a three times fold. Physically, fission is a dynamic and not a pure statistic process. Thus, another mathematical manner is introduced : *the transport equations*.

The description of the dynamic fission by means of transport equations gave acceptable results for neutrons multiplicity. It is necessary to take into consideration, for charged particles, the nucleus collective deformation and rotation in order to evaluate the emission widths.

**Key words:** - *Statistical model, emission widths, friction, transport equations, particles multiplicity, fission, neutrons.*

F. BENRACHI

K. MAHBOUB

Faculté des Sciences

Département de Physique

Université Mentouri

Constantine (Algérie)

### ملخص

عندما تكون طاقة الإثارة عالية جدا فإن النموذج الإحصائي يصبح غير ملائم لدراسة التنافس بين الانشطار وتبخر الجسيمات الخفيفة. الفارق بين التنبؤات النظرية و التجربة كبير جدا ويمكن أن يصل إلى ثلاثة مارة. من الناحية الفيزيائية، يمثل الانشطار تحول ديناميكي وليس إحصائي محض ولندارك هذا المشكل اقترحت طريقة رياضية جديدة: لمعادلات التقلبية.

سمح وصف تحريك الانشطار بواسطة معادلات النقل بالحصول على نتائج مرضية لعدد النيوترونات المنبعثة. بالنسبة للجزيئات المشحونة يجب الأخذ بعين الاعتبار التشوه و الدوران الجماعي للنواة عند تقييم عرض الإنبعثات.

**كلمات المفتاح:** النموذج الإحصائي، عرض الإنبعثات، الاحتكاك، معادلات النقل، عدد الجزيئات المنبعثة، الانشطار، النيوترونات.

La désexcitation des noyaux très excités par fission et par évaporation de particules légères demeure un sujet très important en physique nucléaire. Bien que le modèle statistique standard reproduise les sections efficaces de fusion-fission [1], il n'arrivait pas à expliquer le nombre élevé de particules émises avant la fission (particules de pré-fission). Cela nous amène à penser que c'est le traitement de la fission-évaporation dans le modèle statistique qui est en cause. En effet, dans le modèle statistique, le noyau est considéré seulement dans la configuration du point selle. Son évolution depuis le point fondamental jusqu'au point selle et du point selle jusqu'au point de scission est ignorée. Le nombre de particules manquantes peut donc provenir de ces deux phases.

Dans ce travail, nous essayerons de tenir compte de cette dynamique et de rendre compte du nombre de particules évaporées par des noyaux hautement excités.

### DYNAMIQUE DE LA FISSION

Kramers [2] fut le premier à introduire la dynamique dans l'étude de la fission, cela en utilisant une équation de transport de type Fokker-Planck. La solution cherchée était une solution stationnaire. Dans ce travail, nous allons utiliser une équation équivalente: l'équation de Langevin. La validité d'une telle équation suppose que le système est constitué de deux sous-systèmes couplés: l'un intéressant, dit système collectif, et l'autre n'entrant que comme un bain de chaleur et dit système intrinsèque.

L'évolution du système est semblable à celle du mouvement de la particule brownienne sujette aux bombardements incessants des particules environnantes. L'équation de son mouvement est donnée par:

$$\frac{dP}{dt} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{P}{M}\right)^2 \left(\frac{dM}{dX}\right) - \frac{\partial V}{\partial X} - \beta P + L(t) \quad (1)$$

où l'on reconnaît la variable collective de déformation  $X$  et sa variable conjuguée  $P$ , la masse collective  $M$ , le potentiel de force  $V$ , le paramètre de friction réduite  $\beta$  et la force aléatoire de Langevin  $L(t)$ .

$L(t)$  est définie par les deux moments :

$$\begin{cases} \langle L(t) \rangle = 0 \\ \langle L(t)L(t') \rangle = 2D\delta(t-t') \end{cases} \quad (2)$$

$L(t)$  décrit les fluctuations dues à la dissipation présentes dans le système. Elle a la forme d'une gaussienne.

$\delta$  est la fonction delta de Dirac.

$D$  est le paramètre de diffusion.

Les variables  $X$  et  $P$  sont reliées par l'équation :

$$\frac{dX}{dt} = \frac{P}{M}$$

(3)

La variable collective  $X$  est généralement définie par la distance entre les centres de masse des deux futurs fragments  $\rho_{CM}$ . La valeur de  $\rho_{CM}$  est obtenue par minimisation de l'énergie de déformation du noyau.

La fission décrite par les équations (1) et (2) est considérée comme un processus de diffusion dans lequel le système passe par-dessus la barrière.

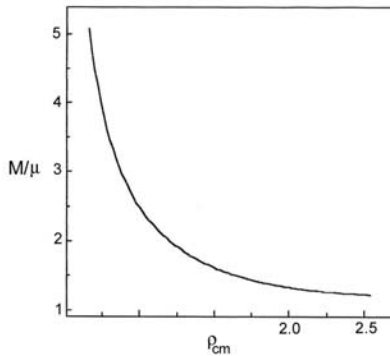
Les ingrédients  $M$ ,  $V$  et  $\beta$  de l'équation de Langevin constituent ce qu'on appelle les paramètres collectifs.

### LES PARAMETRES COLLECTIFS

Les paramètres  $M$ ,  $V$  et  $\beta$  gouvernent la dynamique de la fission, d'où la nécessité de leur choix à partir de modèles réalistes:

#### a) La masse collective $M(x)$

La masse collective  $M$  est le paramètre d'inertie. Dans le cas où la matière nucléaire est considérée comme un fluide, le paramètre d'inertie est calculé dans le cadre de l'approximation hydrodynamique par la méthode de Werner-Wheeler [3]. La figure 1 montre la dépendance du rapport du paramètre d'inertie à la masse réduite en fonction de la déformation. On observe sur cette figure que la valeur de cette masse doit tendre vers la masse réduite du système composé des deux fragments de fission.



**Figure 1:** Rapport entre la masse collective  $M(\rho_{cm})$  et la masse réduite  $\mu$  et sa dépendance en fonction de la déformation.

#### b) Le paramètre de friction $\gamma$

Le paramètre de friction  $\gamma$  est relié à  $\beta$  par la relation :

$$\beta = \frac{\gamma}{M} \quad (4)$$

On connaît deux méthodes de calcul du paramètre  $\gamma$ :

\* *Dissipation à deux corps.*

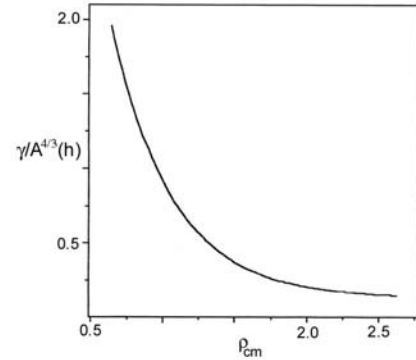
La dissipation de l'énergie collective est causée par les collisions individuelles des nucléons.

\* *Dissipation à un corps* (formule du mur et formule du mur et fenêtre [4]).

Le mécanisme de dissipation est dû aux collisions des nucléons avec la surface nucléaire en mouvement.

Des résultats récents ont montré que la dissipation à deux corps est incapable de reproduire les multiplicités des neutrons [4, 5]. Dans la référence [5], les multiplicités des neutrons et les énergies cinétiques des fragments de fission du noyau  $^{200}\text{Pb}$  ont été bien reproduites par le mécanisme de dissipation à un corps. Nous étions alors encouragés par ces résultats et nous avons voulu tester cette dernière méthode pour d'autres noyaux.

La dépendance du paramètre de friction en fonction de la déformation calculée dans le cadre de la dissipation à un corps est schématisée sur la figure 2.



**Figure 2:** Le paramètre de friction universel  $\gamma(\rho_{cm})/A^{3/4}$  (h) calculé selon la formule du mur et la formule du mur et fenêtre (dissipation à un corps) en fonction de la déformation.

#### c) Potentiel collectif $V(x)$

L'énergie potentielle liée au mouvement collectif de déformation est définie comme la différence entre l'énergie de liaison d'un noyau déformé et celle du noyau sphérique associé. Le modèle hybride de Strutinsky nous permet d'écrire :

$$V(x) = E_{LDM}(x) + \Delta E_{couches}(x) - (E_{LDM}(sph) + \Delta E_{couches}(sph)) \quad (5)$$

$E_{LDM}$  : décrit l'énergie de liaison du noyau.

$\Delta E_{couches}$  : la correction de couches qui disparaît pour des températures  $> 2.5$  MeV.

En prenant en compte la présence du bain de chaleur à la température  $T$ , le potentiel thermodynamique est donné par la différence entre l'énergie libre du noyau déformé de celle d'un noyau sphérique :

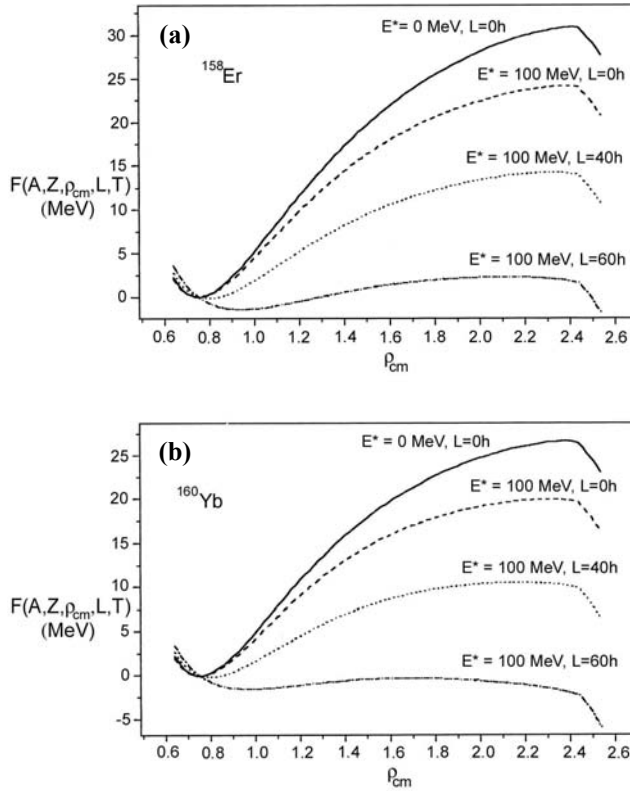
$$V(x, T) = F(x, T) - F(sph, T) \quad (6)$$

avec:

$$F(x, T) = E_{LDM} - a(x)T^2 \quad (7)$$

où  $a(x)$  est le paramètre de densité de niveaux.

Dans les réactions de fusion-fission, le noyau composé est formé avec une certaine distribution en moment angulaire; il est donc nécessaire d'en tenir compte dans l'expression de l'énergie libre. Sur les figures 3a et 3b, nous avons représenté l'énergie libre des noyaux étudiés  $^{158}\text{Er}$  et  $^{160}\text{Yb}$  en fonction de  $\rho_{cm}$ , pour différentes énergies d'excitation et différents moments angulaires.



**Figure 3:** Energie de déformation des noyaux  $^{158}\text{Er}$  (a) et  $^{160}\text{Yb}$  (b) pour différentes énergies d'excitation et différents moments angulaires.

### PROCESSUS D'EMISSION

En plus de la fission, les autres voies de désintégration du noyau qui entrent en compétition sont l'évaporation de particules légères (n, p,  $\alpha, \dots$ ) et l'émission de photons  $\gamma$ . Dans ce travail, nous avons négligé l'émission de photons car leur contribution est faible à cause des énergies d'excitation et de moments angulaires élevés.

La largeur d'émission d'une particule  $i$  d'énergie  $\varepsilon$  et de moment angulaire  $l$  est donnée dans le cadre de la théorie de Weisskopf [6] par la formule suivante:

$$\Gamma_l^i(\varepsilon) = \frac{(2s_i + 1)}{2\pi\eta\rho} \sum_{I_R=|I-l|}^{I+l} \int_{\varepsilon-\Delta\varepsilon}^{\varepsilon} T_r l(\varepsilon') \rho_R d\varepsilon' \quad (8)$$

$\rho$ : densité de niveaux du noyau émetteur.

$\rho_R$ : densité de niveaux du noyau résiduel.

$s_i$ : spin de la particule de type  $i$ .

$I$ : spin du noyau émetteur.

$I_R$ : spin du noyau résiduel.

$T_r l(\varepsilon)$ : coefficient de transmission de la particule  $i$  de moment angulaire  $l$  et d'énergie  $\varepsilon$ .

À chaque type de particules émises correspond un poids statistique proportionnel aux nombres de noyaux émetteurs. Ce poids statistique est donné par:

$$\gamma_i = \frac{\Gamma_i}{\sum \Gamma_i} \quad (9)$$

Cette proportion de noyaux se désintègre suivant la loi:

$$p_i(t) = (1 - e^{-\Gamma_i t}) \quad (10)$$

Nous définissons la probabilité dans le temps de l'émission d'une particule  $i$  par :

$$P_i(t) = \gamma_i \cdot p_i(t)$$

(11)

La probabilité d'émission d'une particule quelconque est donnée par :

$$P(t) = \sum_i P_i(t) = \sum_i \gamma_i p_i(t) \quad (12)$$

### COUPLAGE DE L'EQUATION DE LANGEVIN AU PROCESSUS D'EVAPORATION

L'équation de Langevin (1) peut être résolue numériquement par la méthode itérative. La technique est la suivante: on découpe l'intervalle de temps d'intégration  $[0, t_{max}]$  en  $N$  petits intervalles de pas  $\tau$  de telle sorte que

$$t_n = n\tau \text{ et } \tau = \frac{t_{max}}{N}.$$

L'intégration des équations (1) et (2) dans l'intervalle  $[t_n, t_n + \tau]$  donne l'approximation suivante:

$$X(t_n + \tau) - X(t_n) \approx \frac{P}{M(X)} \tau \quad (13)$$

$$P(t_n + \tau) - P(t_n) \approx \frac{1}{2} \left( \frac{dM}{dX} \right) \frac{P^2}{M^2} \tau - \frac{\partial V}{\partial X} \tau + \sqrt{D\tau} \omega_n(\tau)$$

$\omega_n$  étant un nombre aléatoire simulé par ordinateur avec:

$$\langle \omega_n \rangle = 0 ; \quad \langle \omega_n^2 \rangle = 1$$

Le paramètre de diffusion  $D$  est relié au paramètre de friction  $\gamma$  par l'intermédiaire de la température du bain  $D = \gamma T$  (relation d'Einstein).

Le système d'équations (13) décrit l'évolution du noyau dans l'espace de phase.

Le paragraphe précédent nous permet de définir une probabilité locale dans chaque intervalle  $[t_n, t_n + \tau]$ :

$$P_i(t - \tau) = \gamma_i (1 - e^{-\Gamma_i \tau}) \quad (14)$$

Comment la fission et le processus d'émission sont-ils couplés ?

On s'interroge si une particule est émise dans l'intervalle  $[t_n, t_n + \tau]$  et ceci par le procédé suivant:

1/ On tire dans une distribution uniforme un nombre aléatoire  $\xi \in [0,1]$  et on le compare à  $P(t = \tau)$  dans l'équation (12):

- si  $\xi < P(t)$ : une particule est émise.
- sinon: pas d'émission de particules.

2/ On détermine ensuite le type de la particule, son énergie et son moment angulaire de façon similaire.

L'émission d'une particule emporte de la masse, de la charge, de l'énergie et du moment angulaire. On suit la trajectoire du noyau et le processus d'évaporation dans des intervalles de temps de durée  $\tau \sim 0.01\hbar / \text{MeV}$  de telle façon que les valeurs finales des paramètres  $A, Z, L, E^*, X$  et  $P$  dans l'intervalle  $[t_0, t_0 + \tau]$  redeviennent les valeurs initiales pour l'intervalle d'intégration suivant  $[t_0 + \tau, t_0 + 2\tau]$  et ainsi de suite jusqu'à atteindre la valeur  $t_{max} = 4.10^{-20}$  s. Si le noyau ne fissionne pas au bout de  $t_{max}$ , on le considère comme un résidu d'évaporation.

## RESULTATS ET DISCUSSION

### a) Calcul des multiplicités de particules

La multiplicité de particules de préfission d'un type donné est définie par la relation:

$$M_i(t_{max}) = \frac{1}{N_{sc}(t_{max})} \sum_k n_i(t_k^{sc} \leq t_{max}) \quad (15)$$

$N_{sc}(t_{max})$ : nombre total de trajectoires ayant données lieu à une fission.

$n^v(t_k^{sc} \leq t_{max})$ : nombre de particules émises jusqu'à  $t_{max}$  par les trajectoires qui ont fissionnées.

La quantité à comparer avec l'expérience est la multiplicité moyenne prise sur toutes les ondes partielles contribuant à la fission:

$$\langle M^v \rangle = \frac{\sum_L M_L^v \sigma_L}{\sum_L \sigma_L} \quad (16)$$

$L \in [L_{ev}, L_{cr}]$  ( $L_{ev}$ : moment angulaire d'évaporation,  $L_{cr}$ : moment angulaire critique).

La section efficace d'absorption (classique) de l'onde  $L$  est donnée par :

$$\sigma_L = \pi \lambda^2 (2L+1) \quad (17)$$

Dans le tableau 1 sont décrites les réactions étudiées.

Réactions

Sont aussi portés, les énergies d'excitation et les moments angulaires  $l$  et les multiplicités calculées.

Les résultats obtenus sont comparés aux multiplicités mesurées. Pour les neutrons, on observe un bon accord. Pour les autres types de particules surtout les alphas, les calculs numériques ne reproduisent pas l'expérience.

Comme interprétation à ce désaccord, nous avançons les argumentations suivantes:

### - Effet de la rotation

Les largeurs d'émission  $\Gamma_i$  ont été calculées dans le cadre de l'approximation de Hill-Wheeler pour un noyau sphérique. Les effets de la rotation et de la déformation sont absents.

En effet, à cause de la rotation collective  $\omega$ , l'hamiltonien de la particule (appelé routhian) sera égale à:

$$H^\omega = H_0 - \omega l_x \quad (18)$$

avec  $H_0 = T_c + V$ .

$l_x$ : projection du moment angulaire de la particule sur l'axe de rotation  $oX$ ;  $l_x \in [-l, l]$ .

$$T_r = T_r(l_x) \quad (19)$$

$$\bar{T}_r = \sum_{l_x=-l}^l \frac{T_r(l_x)}{(2l+1)} \quad (20)$$

Le coefficient de transmission est une moyenne prise sur toutes les valeurs possibles de  $l_x$ .

### - Effet de la déformation

Les potentiels nucléaire et coulombien sont fonctions de la déformation. De ce fait, ces quantités sont différentes d'un point à l'autre de l'espace. A cause de la symétrie axiale, le potentiel sera fonction de l'angle azimutal  $\theta$ . Là aussi, il faudra faire une moyenne sur les différentes valeurs de  $T_r(\theta)$ .

La barrière coulombienne est sensible à la déformation et à la rotation.

### b) Spectres en énergies des particules de préfission

Des spectres en énergie dans le cas des neutrons émis sont représentés sur les figures 4a et 4b pour le noyau  $^{158}\text{Er}$  ( $L = 72\hbar$  et  $L = 69\hbar$  respectivement). Ces spectres ont bien l'allure maxwellienne en accord avec les prédictions expérimentales. Ce résultat justifie l'hypothèse d'une source émettrice en équilibre thermique. Les températures moyennes sur les cascades d'évaporation sont  $T = 3.4$  MeV ( $L = 72\hbar$ ) et  $T = 3.1$  MeV ( $L = 69\hbar$ ).

--	--	--	--	--	--

CONCLUSION

Tableau 1:

En conclusion, nous dirons que le modèle de particules standard ne permet plus de décrire la compétition fission - évaporation de particules quand l'énergie d'excitation et le moment angulaire deviennent importants. L'introduction de la dynamique de la fission à travers les équations de transport a pu réduire l'écart entre théorie et expérience des multiplicités de particules. L'utilisation de la dissipation à un corps a permis d'obtenir des résultats satisfaisants pour les multiplicités neutrons. Dans le cas des particules chargées, et surtout pour les particules alpha, nous pensons qu'un traitement adéquat des largeurs d'émission de ces particules en fonction de la déformation et de la rotation collective est nécessaire.

REFERENCES

[1]- Hinde D.J. et al., *Nucl. Phys.*, A452 (1986), p. 550.  
 [2]- Kramers H., *Physica*, 7 (1940), p. 284.  
 [3]- Kelson I., *Phys. Rev.*, 136B (1964), p. 1667.  
 [4]- Tillack G.R. et al., *Phys. Lett.*, B296 (1992), p.296.  
 [5]- Wada T., Abe Y., Carjan N., *Phys. Rev. Lett.*, 70 (1993), p. 3538.  
 [6]- Weisskopf V., *Phys.Rev.*, 52 (1937), p. 295.  
 [7]- Gonin M. et al., *Phys. Rev.*, C42 (1990), p. 2125.  
 [8]- Gavron A. et al., *Phys. Rev.*, C35 (1987), p. 579.  
 [9]- Hinde D. J. et al., *Phys. Rev.*, C 20 (1979), p. 576. □

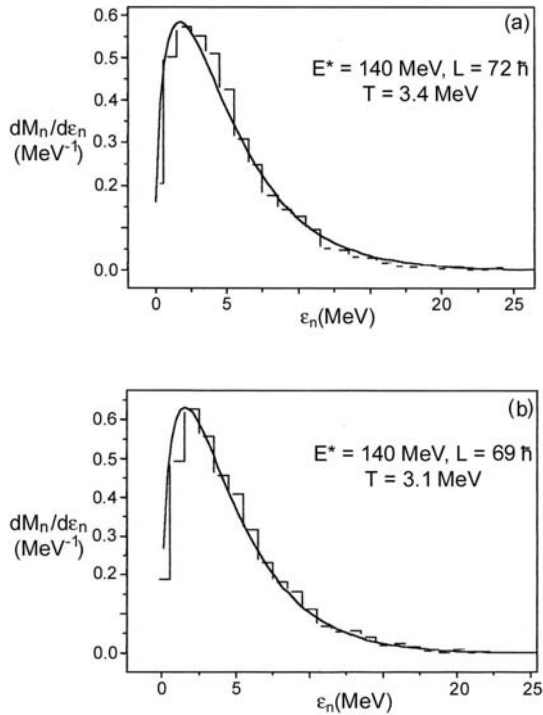


Figure 4: Spectres en énergie (histogrammes) des neutrons de pré-fission émis par le noyau  $^{158}\text{Er}$ . Les courbes en trait plein montre l'allure maxwellienne des spectres avec la température moyenne indiquée.