

## Effet d'Hystérésis en Convection Thermosolutal avec des Gradients Croisés : Etang de Stockage

D. Akrou, R. Bennacer\* et M. Betrouni

Laboratoire de Mécanique des Fluides, Institut de Physique, U.S.T.H.B. B.P. 32 El-Alia Bab-Ezzouar 16111 Alger

\* Université de Cergy-Pontoise, Laboratoire Matériaux et Sciences des Constructions, Rue d'Eragny, 95031 Neuville sur Oise, France

**Résumé** – On étudie numériquement la convection à double diffusion dans une enceinte horizontale. La cavité soumise à un gradient de concentration verticale est chauffée différemment au niveau de ses parois horizontales ou verticales.

L'objectif du présent travail est d'analyser la stabilité d'un étang de stockage et d'identifier la transition d'une situation stable avec des transferts essentiellement diffusifs vers une situation défavorable (de moindre efficacité) à échange convectif. On montre qu'il est possible d'obtenir plusieurs solutions dans la zone de transition et ces solutions dépendent de l'initialisation. Les résultats révèlent aussi, que pour un fluide stratifié, un transfert de chaleur conductif s'installe au dépend de la convection thermique.

Vu le nombre de paramètres, nos résultats sont obtenus dans le cas d'une cavité à allongement horizontal (rapport de forme égal à deux), un nombre de Prandtl égal à 7.0 et un nombre de Lewis 100 ce qui correspond à une solution aqueuse. Le nombre de Rayleigh peut varier entre  $7 \times 10^3$  à  $7 \times 10^5$ .

**Abstract** – We study numerically double diffusive natural convection in horizontal enclosure. The enclosure is differentially heated on vertical/horizontal walls and solutal gradient is imposed vertically. The objective of the present work is to analyse the stability of the pool energy storage and to identify the transition from stable situation where the transfer are mainly diffusive to unfair situation (less efficiency) where the transfer are convective.

We show that it is possible to obtain different solutions on this region and it depend on the initial condition. Also, the results reveal that it is possible for strong solutal stratified fluid, the thermal convection may be suppressed and heat transfer takes place by conduction.

Since, the number of parameters is many, the results are reported for horizontal cavity (aspect ratio of two), Prandtl number of 7.0 and Lewis number of 100 this correspond to aqueous solution. Rayleigh number varied between  $7 \times 10^3$  and  $7 \times 10^5$ .

**Mots clés** - Etang de stockage - Convection naturelle - Double diffusion - Thermosolutal.

### 1. INTRODUCTION

La convection naturelle à double diffusion a fait l'objet d'une bonne synthèse dans l'ouvrage de Bejan[1]. La majorité des travaux effectués ont concerné le cas des cavités à gradients de température et de concentration horizontaux à la fois dans le cas où les forces de volumes sont opposées et coopérantes.

A notre connaissance, aucun travail n'a été cité dans la littérature spécialisée concernant la convection avec des gradients croisés. C'est à cette configuration qu'est consacré le présent travail. Cette situation est d'une importance reconnue dans l'océanographie et dans les problèmes du génie de procédé ou de métallurgie. Elle est également rencontrée dans les étangs de stockage d'énergie solaire "énergies renouvelables". Dans ce genre de stockage d'énergie solaire, l'efficacité du système est assurée par une stratification stable qui évite les écoulements convectifs. Les conditions qui prévalent à l'apparition de la convection doivent être déterminées dans le but d'améliorer le fonctionnement de tels systèmes.

Un autre problème semble être équivalent ; il concerne le chauffage latéral d'une solution salée stratifiée. Dans ce genre de problème, les conditions d'apparition de couche convective et la détermination de la taille de cellules, a été l'objectif principal de plusieurs études [2-5]. Le problème qui nous concerne est différent du chauffage latéral puisqu'il s'agit ici d'imposer des conditions aux limites d'espèce entretenues dans le temps.

Dans ce travail, nous examinons la structure d'écoulement ainsi que les transferts de chaleur et de masse dans une cavité horizontale de rapport de forme égale à deux, nous adoptons principalement comme fluide une solution aqueuse où le nombre de Prandtl est égale à 7.0 et le nombre de Lewis égal à 100. Nous considérons que le fluide est stratifié en concentration et stable. Des résultats intéressants sont obtenus pour les différents nombres de rapport de poussée  $N$ .

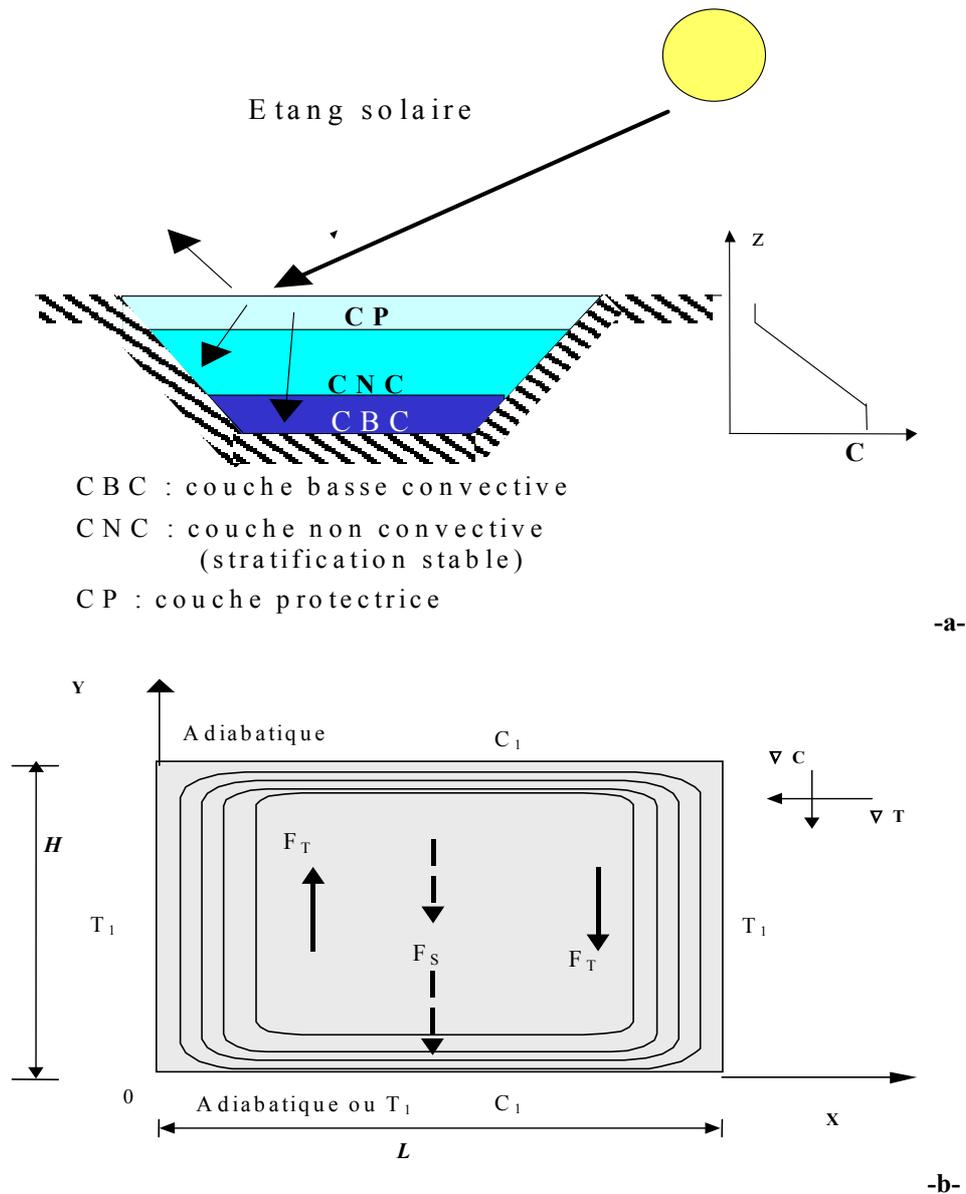


Fig. 1: Le schéma du problème et du système modélisé avec un gradient thermique horizontal et un gradient solutal vertical

## 2. MODELISATION

## 2.1. La formulation mathématique

Le problème physique comme déjà signalé concerne la récupération d'énergie solaire par un étang de stockage (représentée sur la figure 1). Nous avons proposé par simplification et surtout par soucis de généralité d'analyser numériquement une cavité rectangulaire bidimensionnelle de hauteur  $H$  et de largeur  $L$ . Les parois verticales de l'enceinte, droite et gauche sont respectivement maintenues à des température  $T_h$  et  $T_c$  ( $T_h > T_c$ ). La paroi horizontale inférieure est supposée être saturée en sel ( $C_h$ ) tandis que la paroi horizontale supérieure est moins concentrée ( $C_l$ ).

Dans la seconde partie, nous analyserons le cas où le soleil réchauffe en plus de la paroi gauche, toute la paroi inférieure de l'étang dans un premier cas et la moitié de la paroi inférieure dans un second cas.

On suppose que l'écoulement est incompressible, laminaire et newtonien. Les propriétés physiques du fluide sont supposées constante et l'approximation de Boussinesq est adoptée ; la densité est constante sauf dans le terme de force de volume, où elle est supposée varier linéairement avec la température et la concentration :

$$\rho(T, C) = \rho_o \left[ 1 - \beta_T (T - T_o) - \beta_S (C - C_o) \right] \quad (1)$$

$$\text{où } \beta_T = \frac{-1}{\rho_o} \left[ \frac{\partial \rho}{\partial T} \right]_C \text{ et } \beta_S = \frac{-1}{\rho_o} \left[ \frac{\partial \rho}{\partial C} \right]_T.$$

Les effets Dufour et Soret sur le transfert de chaleur et de masse sont négligeables.

Les équations adimensionnées de conservation de masse, de quantité de mouvement, d'énergie et d'espèce s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = - \frac{\partial P}{\partial x} + \nabla^2 U \\ \frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = - \frac{\partial P}{\partial y} + \nabla^2 V + Gr_T (\theta - N \phi) \\ \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial x} + V \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{1}{Pr} \nabla^2 \theta \\ \frac{\partial \phi}{\partial \tau} + U \frac{\partial \phi}{\partial x} + V \frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{1}{Pr Le} \nabla^2 \phi \end{array} \right. \quad (2)$$

Les nombres sans dimensions qui caractérisent le problème sont: le rapport de forme  $A=L/H$ , le nombre de Prandlt  $Pr = \nu/\alpha$ , nombre de Schmidt  $Sc = \nu/D$ , le nombre de Grashof thermique  $Gr_T = g\beta_T \Delta T H^3 / \nu^2$ , le nombre de Grashof solutal  $Gr_S = g\beta_S \Delta C H^3 / \nu^2$ , et le rapport des forces de volumes  $N = Gr_S / Gr_T = \beta_S \Delta C / \beta_T \Delta T$ .

## 2.2. Les conditions aux limites

Des conditions de non-glissement sont imposées aux parois imperméables. Les deux parois verticales sont maintenues à des températures constantes et imperméables, tandis que les parois horizontales sont maintenues à des concentrations constantes et adiabatiques. Ces conditions se résument comme:

$$\begin{array}{lll}
 x=0 & \theta = 0.5 & \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0 \\
 x=A & \theta = -0.5 & \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0 \\
 y = 1 & \phi = -0.5 & \frac{\partial \theta}{\partial y} = 0 \\
 y = 0 & \phi = 0.5 & \frac{\partial \theta}{\partial y} = 0 \quad 1^{\text{er}} \text{ cas} \\
 & & \theta = 0.5 \quad 2^{\text{eme}} \text{ cas} \\
 & & \theta = 0.5 \quad (x \in [0, A/2]) \quad 3^{\text{eme}} \text{ cas}
 \end{array}$$

Nous exprimons respectivement les grandeurs adimensionnées du transfert de chaleur et de masse, moyen à travers la paroi verticale chaude et la paroi horizontale inférieure.

$$Nu = \int_0^1 \left( \frac{\partial \theta}{\partial x} \right)_{x=0} dy \quad (3a)$$

$$Sh = \int_0^1 \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_{y=1} dy \quad (3b)$$

### 2.3. La méthode de résolution

L'ensemble des équations couplées (1-2) est résolu par une méthode classique de volume finis [6]. Les équations de conservation sont intégrées sur les volumes de contrôles définis par le maillage d'espace. Les équations discrètes qui résultent de chaque équation de conservation sont résolues par une procédure de double balayage (ADI). Le couplage pression-vitesse est résolu par une procédure itérative de correction de la pression SIMPLER.

Pour une bonne représentation spatiale, le maillage adéquat consiste à avoir suffisamment de nœud dans la couche limite la plus fine. Dans nos calculs, nous avons utilisé un maillage non uniforme dans les deux directions (x, y); 150×81 nœuds .

## 3. RESULTATS ET DISCUSSIONS

Les paramètres qui contrôlent l'écoulement du fluide et les transferts de chaleur et de masse en convection naturelle à double diffusion sont  $A$ ,  $Gr_T$ ,  $Pr$ ,  $N$  et  $Le$ . Vu le grand nombre de paramètres, il nous a semblé préférable de fixer quelques-uns. Vu que c'est une solution aqueuse, nous avons  $Pr=7$ ,  $Le=100$ ,  $Gr_T=10^3$  et un rapport de forme de deux.

Pour de grande valeurs de  $N$ , nous n'avons pas d'écoulement à l'intérieur de la cavité et les transferts sont essentiellement conductif. Dans ce cas-là, les valeurs adimensionnelles du nombre de Nusselt et de Sherwood moyen sont respectivement de 0,5 et 1.

Lorsque  $N$  est de l'ordre de l'unité, il existe une compétition entre les forces de poussée thermique et solutale qui sont du même ordre. Dans cette gamme de valeurs de  $N$ , la dynamique de l'écoulement devient plus compliquée. C'est pour cela, que nous nous sommes intéressés à cette région de  $N$  et plus spécialement lorsque  $N$  est compris entre 0.5 et 10.

Nous analysons dans la section suivante, la structure d'écoulement, thermique et solutale, le diagramme de bifurcation et les taux de transferts de chaleur et de masse.

### 3.1- Effet de $N$ sur l'écoulement et les transfert

Nous avons réalisé une série de test pour analyser l'évolution des transferts de chaleur et de masse en fonction de  $N$ . Pour se faire nous avons adopté deux différentes voies; la première, en initialisant le calcul par une solution correspondant à un  $N$  élevé (solution diffusive) et l'autre en initialisant le calcul par une solution correspondre à un  $N$  faible (solution convective). La figure 2 illustre l'évolution du transfert de chaleur et de masse avec  $N$ .

Pour les faibles valeurs de  $N$ , les transferts sont convectifs et des cellules convectives d'origine thermique prennent place. Le transfert de masse est plus important que le transfert de chaleur à cause du nombre de Lewis qui est de l'ordre de 100 (la chaleur diffuse plus que l'espèce).

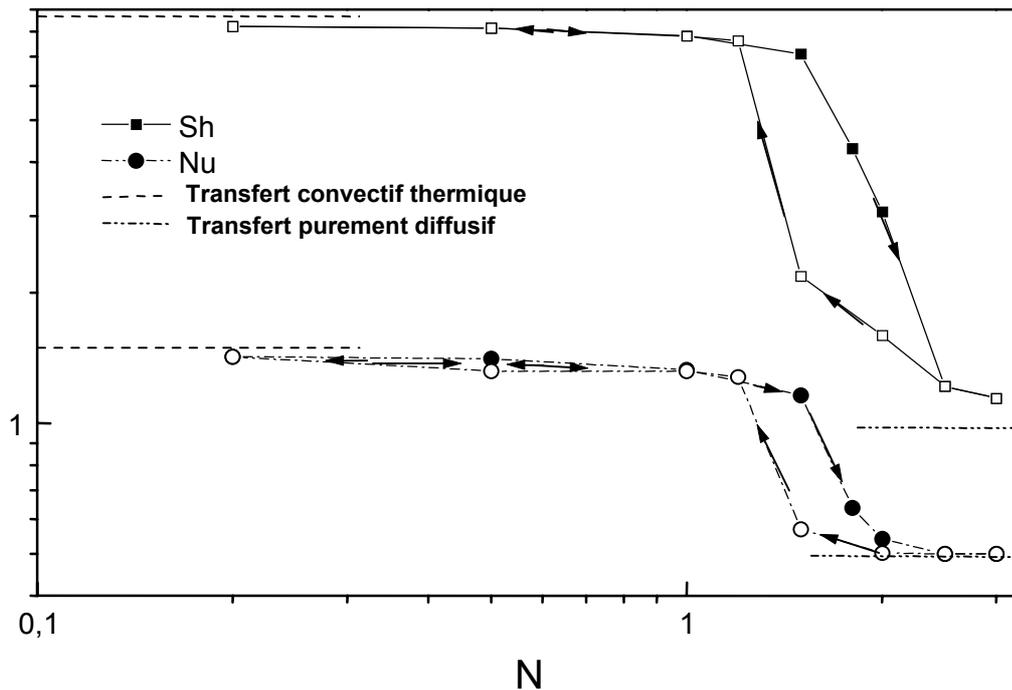


Fig. 2 : Effet de  $N$  sur les transferts de chaleur et de masse  $Gr_T = 10^3$ ,  $A=2$ ,  $Pr=7$ ,  
 $Le = 100$

Avec l'accroissement de  $N$ , les transferts de chaleur et de masse décroissent. Cette décroissance est due à la mise en place d'une zone stratifiée en concentration (stable) qui ne permet pas, sur cette zone, un écoulement significatif.

Pour les valeurs de  $N$  supérieur à 2, une solution diffusive stable et presque sans écoulement est obtenue dans la majeure partie de la cavité. Mais en faisant décroître  $N$ , cette stratification reste stable jusqu'à  $N=1.3$ . Pour des valeurs de  $N$  encore plus faible, un régime convectif se met en place. Afin d'illustrer ce qui vient d'être énoncé nous représentons sur la

figure 3-a les champs de température, de concentration et de fonction de courant. Ceci illustre d'une part l'écoulement convectif en couche limite et la couche limite solutal qui est plus fine que la couche limite thermique pour les faibles valeurs de  $N$  (Fig. 3-a) et d'autre part l'affaiblissement de l'écoulement et les transferts diffusifs pour des valeurs élevés de  $N$  (Fig. 3-b et 3-c).

L'hystérésis constaté (Fig. 2) illustre donc l'existence de deux solutions qui sont fonctions de l'initialisation. Nous signalons que dans le cas de convection thermosolutal avec les deux gradients horizontaux une hystérésis a également été obtenue mais dans la zone de transition du cas de convection à effet coopérant vers le cas de convection à effet opposé [7-8].

Dans le but de compléter les analyses relatives au problème des étangs de stockage, nous avons considéré l'inclinaison de l'éclairage solaire. Nous avons considéré en plus du chauffage de la paroi verticale, un chauffage supplémentaire de la paroi inférieure et afin d'analyser son importance nous avons pris le cas intermédiaire où la paroi inférieure n'est chauffée que sur la moitié de son élancement.

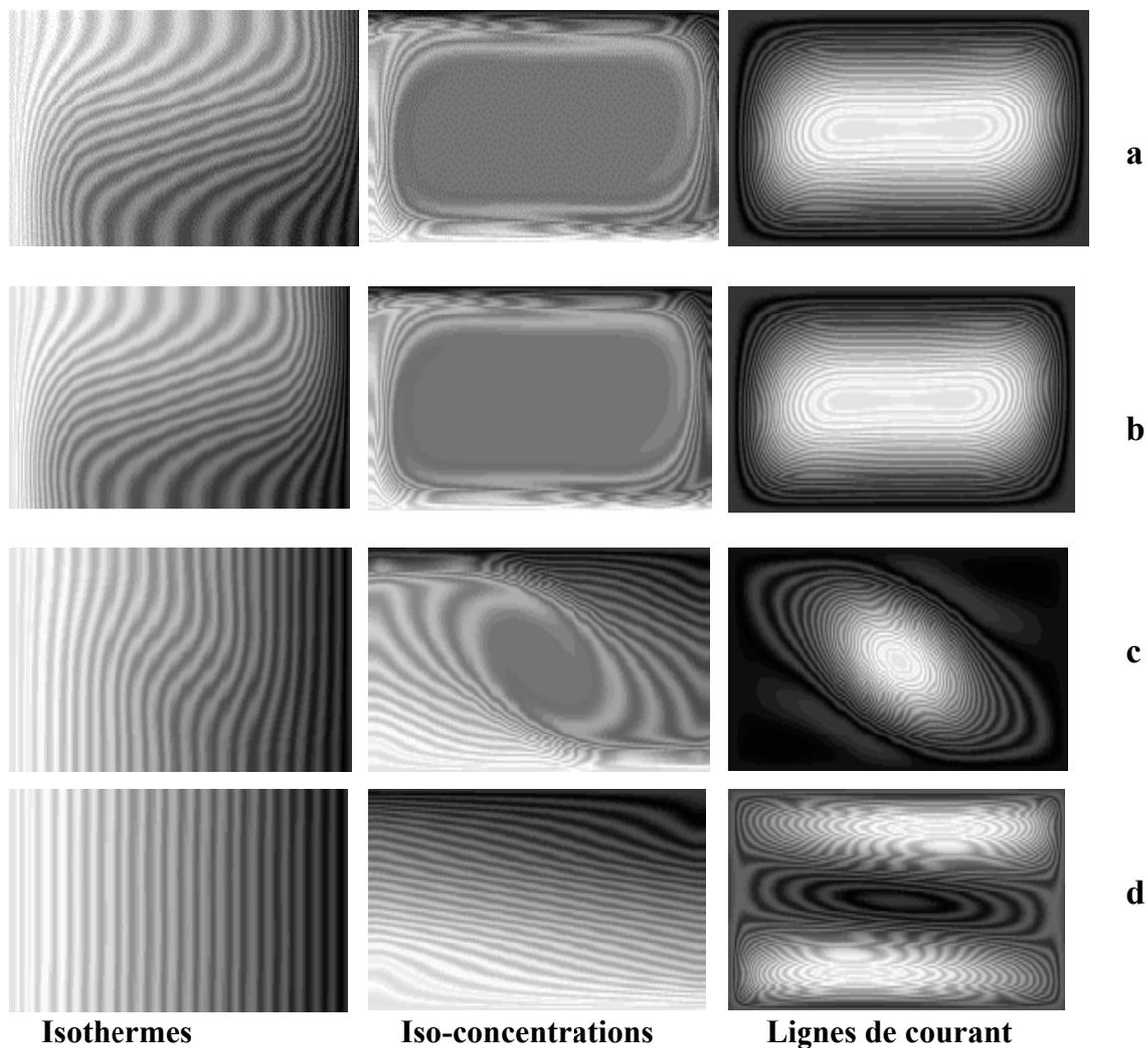


Fig. 3 : Effet de  $N$  sur l'évolution des isothermes, isoconcentrations et isocourants pour  $Pr = 7$ ,  $Le = 100$ ,  $A = 2$  (initialisation par un champs convectif)  
a)  $N=0.5$ , b)  $N=1$ , c)  $N=2$  et d)  $N=4$

### 3.2. Effet du chauffage complémentaire par le bas

Le transfert de masse obtenues, au niveau de la paroi supérieure, pour ces trois cas en fonction de  $N$ , est représenté sur la Figure 4. Cette figure montre comme dans section précédente l'existence de l'hystérésis mais la zone concernée est obtenue pour des  $N$  d'autant plus faible que le la partie supplémentaire chauffée en bas est importante.

Cet accroissement de l'instabilité de la solution diffusive stable est justifié par un ajout du chauffage par le bas qui correspond à l'ajout d'une déstabilisation supplémentaire correspondant au problème de Bénard. On remarque également que dans la zone de transition le transfert croit avec l'accroissement du chauffage pas le bas.

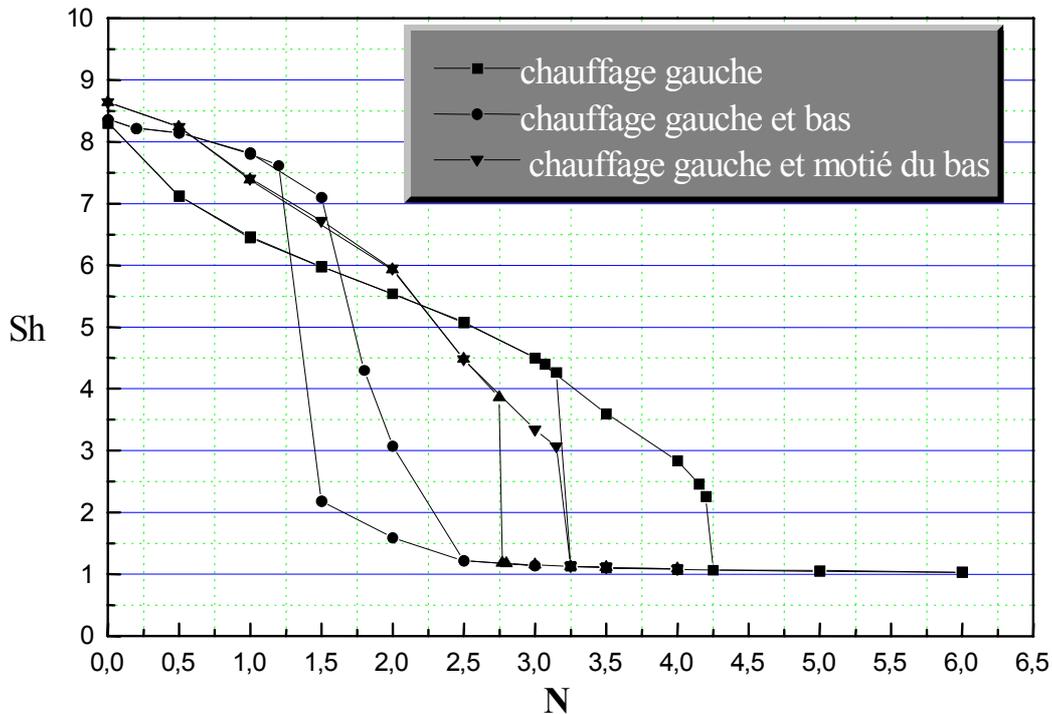


Fig. 4 : Effet de  $N$  sur le transfert de masse pour les trois cas considérés  
 $Gr_T = 10^3$ ,  $A=2$ ,  $Pr=7$ ,  $Le=100$

#### 4. CONCLUSION

Nous avons étudié numériquement la convection naturelle dans une cavité avec un gradient vertical en concentration et un gradient horizontal en température (ou incliné). Nous avons considéré l'effet, sur les transferts, du nombre de poussée  $N$  qui caractérise le rapport des forces de volume d'origine solutal et thermique pour  $Pr=7.0$ ,  $Le=100$  et  $A=2.0$ .

Les principales conclusion peuvent être résumés comme suit:

1. Nous retrouvons trois régimes d'écoulement distincts :
  - pour les faibles valeurs de  $N$ , des cellules convectives dues essentiellement aux forces thermiques se mettent en place et le transfert devient indépendant de  $N$ ,
  - pour des valeurs de  $N$  plus élevées, le transfert est diffusif et la stratification stable en concentration supprime l'écoulement,
  - pour des valeurs intermédiaires de  $N$  (fonction de  $A$ ,  $Le$  et de  $Gr_T$ ), le transfert diminue avec l'accroissement de  $N$ .
2. Dans la zone de transition, la solution numérique dépend de la condition initiale et un effet d'hystérésis est donc observé. Dans cette situation, deux solutions distinctes sont présentées pour le même rapport de poussée  $N$ .

3. L'ajout du chauffage par le bas rend le système plus instable bien que le phénomène d'hystérésis persiste.

### NOMENCLATURE

$A$	rapport de forme, $A=L/H$	<b><u>Symboles grecs:</u></b>	
$C$	concentration dimensionnelle	$\alpha$	diffusivité thermique [ $m^2 s^{-1}$ ]
$D$	diffusivité massique [ $m^2 s^{-1}$ ]	$\beta_S$	coefficient d'expansion massique [%wt $^{-1}$ ]
$g$	accélération gravitationnelle [ $m s^{-2}$ ]	$\beta_T$	coefficient d'expansion thermique [ $K^{-1}$ ]
$Gr_S$	nombre de Grashof solutal,	$\phi$	concentration adimensionnelle , ( $C - C_0$ ) / $\Delta C$
$Gr_T$	nombre de Grashof thermique,	$\theta$	température adimensionnelle, ( $T - T_0$ ) / $\Delta T$
$H, L$	hauteur et largeur de la cavité	$\Delta C$	différence de concentration entre les parois horizontales , $C_h - C_l$
$Le$	nombre de Lewis, $\alpha/D$	$\Delta T$	différence de température entre les parois verticales, $T_h - T_c$
$N$	rapport de poussée, $\beta_S \Delta C / \beta_T \Delta T$	$\mu$	viscosité dynamique du fluide [ $kg m^{-1} s^{-1}$ ]
$Nu$	nombre de Nusselt moyen	$\nu$	viscosité cinématique, [ $m^2 s^{-1}$ ]
$P$	pression dimensionnelle	$\rho$	densité du fluide [ $kg m^{-3}$ ]
$Pr$	nombre de Prandtl, $\nu/\alpha$	<b><u>Indices :</u></b>	
$Sc$	nombre de Schmidt , $\nu/D$	$o$	état de référence
$Sh$	nombre de Sherwood moyen	$S$	solutal
$T$	température dimensionnelle [K]	$T$	thermique
$u (v)$	composante horizontale et verticale de la vitesse [m/s]		
$U (V)$	composantes adimensionnelles horizontale (verticale) de la vitesse , $uH/\nu (vH/\nu)$		
$x^*, y^*$	système de coordonnées [m]		
$x, y$	système de coordonnées adimensionnels, $x/H, (y/H)$		

### REFERENCE

- [1] Béjan A., Convection Heat Transfer, Wiley, New-York, 1984.
- [2] Wirtz and C.S. Reddy, "Experiments on convective layer formation and merging in a differentially heated slot", J. Fluid Mech., 1979, 91, 451-464.
- [3] Bénard, R. Benard, R. Bennacer and D. Gobin, "Melting driven thermohaline convection", Phys. Fluids, 1996, 8, 112-130.
- [4] Chen and J.K. Liu, "Time-dependent double diffusive convection due to salt-stratified fluid layer with differential heating in an inclined cavity", Int. J. Heat Mass Transfer, 1997, 40, 711-725.
- [5] A. Dijkstra and E.J. Kranenborg, "On the evolution of double diffusive intrusions into stably stratified liquid : the physics of self propagation", Int. J. Heat Mass Transfer, 1998, 14, 2113-2124.
- [6] Patankar S.V., Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere Corp. New-York, 1980.
- [7] D. Gobin, R. Bennacer: "Double diffusion in a vertical layer : onset of the convective regime". *Physics of Fluids A*, 6, 59-67, (1994).
- [8] Nishimura, T. Imoto and M. Wakamatsu, "A numerical study of the structure of double diffusive natural convection in square cavity", Thermal Engineering Conference : Vol.1

ASME 1995, 193-200.