

## Evolution des coefficients globaux d'échange Thermique des matériaux kapok-plâtre et filasse-plâtre en régime dynamique fréquentiel

M.S. Ould Brahim<sup>1</sup>, S. Tamba<sup>2\*</sup>, M.Sarr<sup>3</sup>,  
A. Diène<sup>2</sup>, I. Diagne<sup>1</sup>, F. Niang<sup>†</sup> et G. Sissoko<sup>1‡</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire des Semi-conducteurs et d'Energie Solaire,  
Faculté des Sciences et Techniques, Université Cheikh Anta Diop, Dakar, Sénégal

<sup>2</sup> Ecole Polytechnique de Thiès, Thiès, Sénégal

<sup>3</sup> UFR/SET, Université de Thiès, Thiès, Sénégal

(reçu le 02 Janvier 2011 – accepté le 27 Juin 2011)

**Résumé** - Les isolants thermiques filasse-plâtre (la filasse est constituée de fibres végétales) et kapok-plâtre (le kapok est le fruit d'un arbre) sont caractérisés en régime dynamique fréquentiel à partir du coefficient global d'échange thermique. Les valeurs limites du coefficient global d'échange thermique sont obtenues à partir des diagrammes Bode. Les représentations de Nyquist ont permis de déterminer les résistances série et shunt du système matériau soumis aux sollicitations climatiques extérieures. Le modèle électrique équivalent proposé traduit le comportement du système thermique d'un point de vue électrique.

**Abstract** - Thermal insulation tow-plaster (Tow consists of vegetable fibers) and kapok-plaster (Kapok is the fruit of a tree) are characterized in dynamic regime frequency from the overall coefficient of heat exchange. The limits of the overall coefficient of heat transfer are obtained from the Bode diagrams. Nyquist representations were used to determine the series resistance and shunt material system subjected to external climatic stresses. The equivalent circuit model proposed reflects the behavior of the system thermal electric point of view.

**Mots clés:** Régime dynamique fréquentiel – Impédance thermique – Représentation de Nyquist – Coefficient global d'échange thermique.

### 1. INTRODUCTION

Les isolants thermiques artificiels présentent une très grande efficacité, mais pose un problème de biodégradabilité et d'environnement. L'introduction des isolants naturels, tels que le kapok (fruit d'un arbre) ou la filasse permet de réduire les problèmes d'environnement. Le plâtre est utilisé comme liant.

Les matériaux kapok-plâtre et filasse-plâtre utilisés dans cette étude ont respectivement: - pour conductivité thermique ( $\lambda_1 = 0,1 \text{ W.m}^{-1}.\text{°C}^{-1}$  et  $\lambda_2 = 0,1 \text{ W.m}^{-1}.\text{°C}^{-1}$ ) et pour coefficients de diffusivité thermique  $\alpha_1 = 4,73 \times 10^{-7} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$  et  $\alpha_2 = 2,07 \times 10^{-7} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$  [1].

---

\* setamba@yahoo.fr

† Niang\_fadel@yahoo.fr

‡ gsissoko@yahoo.com

Nous proposons dans cette étude, une caractérisation des matériaux kapok-plâtre et filasse-plâtre à partir du coefficient global [2] d'échange thermique établi en régime dynamique fréquentiel.

Les phénomènes de transfert de chaleur sont modélisés à partir d'un circuit électrique équivalent.

## 2. THEORIE

### 2.1 Modèle d'étude

Nous utilisons un matériau plan soumis à une température excitatrice en régime dynamique fréquentiel. La figure 1 représente le dispositif expérimental.

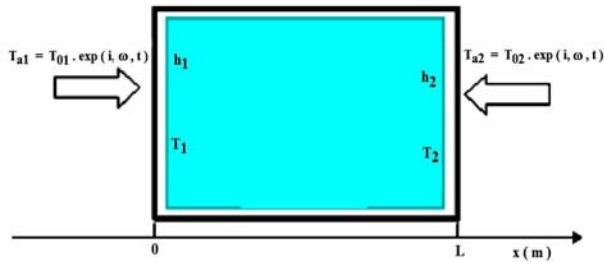


Fig. 1: Matériau plan soumis à des températures excitatrices en régime dynamique fréquentiel au niveau des deux faces

$h_1$  et  $h_2$  sont respectivement les coefficients d'échange thermique à la face avant et à la face arrière;  $T_{01}$  et  $T_{02}$  sont respectivement les amplitudes maximales de températures imposées aux voisinages des faces avant et arrière du matériau plan;  $\omega$  est la fréquence excitatrice de la température imposée au voisinage de chaque face.

### 2.2 Température et densité de flux de chaleur dans le matériau

L'équation de la chaleur [3], sans source ni puits de chaleur, est donnée par l'expression:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \tag{1}$$

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho \times C} \tag{2}$$

La solution de l'équation (1) en régime dynamique fréquentiel établi est donnée par l'expression (3):

$$T(x, t) = \left[ A_1 \times \sin h \left( x / L^* \right) + A_2 \times \cos h \left( x / L^* \right) \right] \times e^{i \times \omega \times t} \tag{3}$$

$$L^* = \sqrt{\frac{\alpha}{2 \omega}} (1 - i) \tag{4}$$

$L^*$  est la longueur de diffusion thermique complexe.

Les conditions aux limites (7) et (8) permettent de déterminer les coefficients  $A_1$  et  $A_2$ .

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = h_1 \times [T(0, t) - T_{a1}] \tag{5}$$

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = h_2 \times [T(L, t) - T_{a2}] \tag{6}$$

Nous obtenons:

$$A_1 = \frac{h_1 \cdot h_2 \cdot T_{01} - h_1 \cdot T_{01} \cdot [h_2 \cdot \cosh(\beta \cdot L) + \lambda \cdot \beta \sinh(\beta \cdot L)]}{\lambda \cdot \beta [h_2 \cdot \cosh(\beta \cdot L) + \lambda \cdot \beta \sinh(\beta \cdot L)] + h_1 [h_2 \cdot \sinh(\beta \cdot L) + \lambda \cdot \beta \cosh(\beta \cdot L)]} \tag{7}$$

$$A_2 = \frac{h_2 \cdot \lambda \cdot \beta \cdot T_{01} + h_1 \cdot T_{01} \cdot [h_2 \cdot \sinh(\beta \cdot L) + \lambda \cdot \beta \cosh(\beta \cdot L)]}{\lambda \cdot \beta [h_2 \cdot \cosh(\beta \cdot L) + \lambda \cdot \beta \sinh(\beta \cdot L)] + h_1 [h_2 \cdot \sinh(\beta \cdot L) + \lambda \cdot \beta \cosh(\beta \cdot L)]} \tag{8}$$

La densité de flux de chaleur à travers le matériau est donnée par l'expression (9):

$$\begin{aligned} \phi(x, \omega, t) &= -\lambda \times (\partial T / \partial x) \\ &= -\lambda \times \beta [A_1 \cosh(\beta \times x) + A_2 \sinh(\beta \times x)] \times e^{i \times \omega \times t} \end{aligned} \tag{9}$$

### 3. RESULTATS

#### 3.1 Coefficient global d'échange thermique

Nous caractérisons les phénomènes de transfert thermique à travers les matériaux [5] filasse-plâtre et kapok-plâtre à partir du coefficient global d'échange thermique du matériau soumis aux sollicitations climatiques extérieures.

Le coefficient global d'échange thermique est défini à partir de l'impédance thermique  $Z$  [6]:

$$Z = \frac{T(x = 0, \omega, t) - T(x, \omega, t)}{\phi(x, \omega, t)} \tag{10}$$

Le coefficient global d'échange thermique  $K$  traduit à la fois les phénomènes d'échange thermique de chaleur à la surface du matériau (coefficient d'échange thermique, fréquence excitatrice des sollicitations climatiques extérieures, température du milieu extérieur...) et les phénomènes de conduction (conductivité thermique), on a:

$$K = \frac{1}{Z(x, \omega)} \tag{11}$$

Les représentations de Nyquist permettent de déterminer les résistances série ( $R_s$ ) et shunt ( $R_{sh}$ ) obtenues à partir de l'impédance thermique, traduisant les phénomènes d'échange ou de transfert de chaleur.

Les diagrammes de Bode de l'impédance thermique permettent d'obtenir les valeurs limites du coefficient global d'échange thermique pour les basses ou les hautes fréquences.

### 3.2 Représentation de Nyquist et diagramme de Bode [7]

#### 3.2.1 Etude du comportement du matériau kapok-plâtre

Les figures 2 et 3 correspondent respectivement à la représentation de Nyquist et au diagramme de Bode du matériau kapok-plâtre soumis aux sollicitations climatiques extérieures.

Le **tableau 1** résume les valeurs des différentes grandeurs caractérisant le transfert thermique.

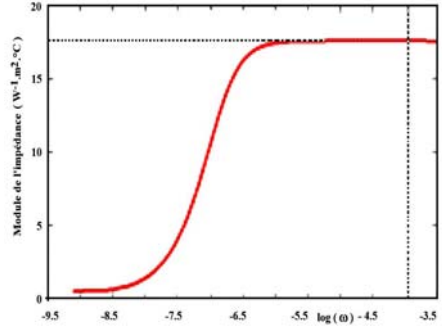
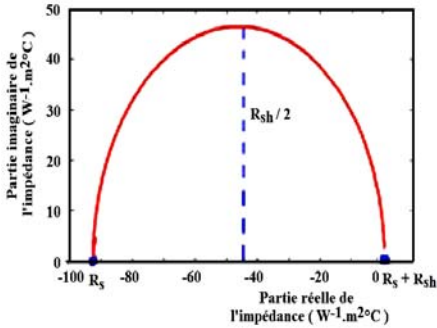


Fig. 2: Représentation de Nyquist du matériau kapok-plâtre

$$h_1 = 50 \text{ W/m}^2\text{°C}^{-1} / h_2 = 0.01 \text{ W/m}^2\text{°C}^{-1}$$

$$T_{01} \approx T_{02} \approx 25 \text{ °C}$$

Fig. 3: Diagramme de Bode du matériau kapok-plâtre

$$h_1 = 50 \text{ W/m}^2\text{°C}^{-1} / h_2 = 0.01 \text{ W/m}^2\text{°C}^{-1}$$

$$T_{01} \approx T_{02} \approx 25 \text{ °C}$$

Pour  $\omega \rightarrow 0$ , le coefficient global d'échange thermique  $K$  est constant, indépendant des coefficients d'échange thermique et comparable à  $\lambda/L$  avec une incertitude de l'ordre de 2 %.

Pour des fréquences excitatrices considérablement faibles, la mesure du coefficient global d'échange thermique permet d'accéder à la conductivité thermique du matériau:  $\lambda = K \times L$ ;  $L$  est l'épaisseur du matériau.

La résistance shunt  $R_{sh}$  est comparable à la résistance thermique à la face arrière  $1/h_2$  avec une incertitude de moins de 10 % pour un coefficient d'échange thermique relativement important à la face avant par rapport à celui de la face arrière ( $h_1 \gg h_2$ ).

Dans ces conditions, les phénomènes capacitifs sont importants et la résistance shunt traduit les fuites de chaleur qui sont moins importantes lorsqu'elle devient grande.

Le coefficient d'échange thermique faible à la face arrière développe un effet d'écran par rapport au flux de chaleur provenant à la face arrière.

La résistance série négative traduit un mouvement du flux de chaleur en sens inverse par rapport au sens imposé.

**Tableau 1:** Grandeurs thermophysiques du matériau kapok-plâtre

$h_1$	$\omega \rightarrow 0$			$\omega \rightarrow \infty$			$R_{sh}$	$1/h_1$	$1/h_2$	$L/\lambda$	$\lambda/L$
	$R_s+R_{sh}$	$ Z $	$K$	$R_s$	$ Z $	$K$					
50	0.42	0.51	1.96	-92.6	18.5	0.054	93.02	0.02	100	0.5	2
40	0.42	0.51	1.96	-90.9	18.2	0.055	91.32	0.025	100	0.5	2
30	0.42	0.51	1.96	-88.2	17.6	0.057	88.62	0.033	100	0.5	2

### 3.2.2 Etude du comportement du matériau filasse-plâtre

A partir des représentations de Nyquist (Fig. 4) et des diagrammes de Bode (Fig. 5), nous déterminons les paramètres thermo physiques du matériau filasse-plâtre. Les résultats obtenus sont regroupés dans le **tableau 2**.

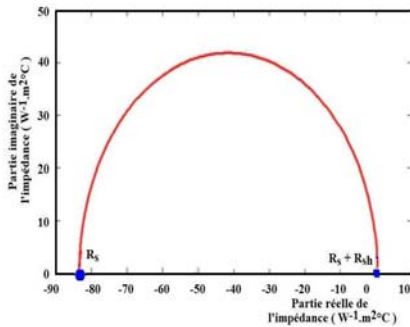


Fig. 4: Représentation de Nyquist du matériau filasse-plâtre

$$h_1 = 30 \text{ W/m}^{-2}\text{C}^{-1} / h_2 = 0.01 \text{ W/m}^{-2}\text{C}^{-1}$$

$$T_{01} \approx T_{02} \approx 25 \text{ }^\circ\text{C}$$

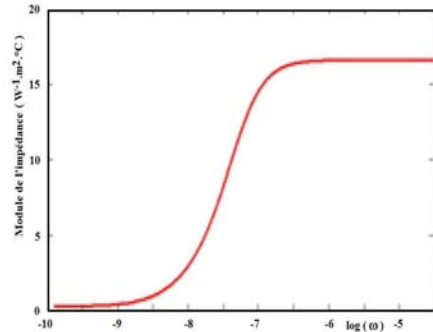


Fig. 5: Diagramme de Bode du matériau filasse-plâtre

$$h_1 = 30 \text{ W/m}^{-2}\text{C}^{-1} / h_2 = 0.01 \text{ W/m}^{-2}\text{C}^{-1}$$

$$T_{01} \approx T_{02} \approx 25 \text{ }^\circ\text{C}$$

Pour une fréquence excitatrice tendant vers zéro, le coefficient global d'échange thermique  $K$  du matériau filasse-plâtre soumis aux sollicitations climatiques extérieures est constant, indépendant des coefficients d'échange thermique et comparable à  $\lambda/L$  avec une incertitude relative de l'ordre de 2 %.

Pour des fréquences excitatrices considérablement faibles, la mesure du coefficient global d'échange thermique permet d'accéder à la conductivité thermique du matériau:  $\lambda = K \times L$ ;  $L$  est l'épaisseur du matériau.

La résistance shunt du matériau est due à la faible valeur du coefficient d'échange thermique et elle tend vers la valeur  $1/h_2$ , lorsque le coefficient d'échange thermique à la face avant devient très important.

**Tableau 2:** Grandeurs thermo physiques du matériau filasse-plâtre

$h_1$	$\omega \rightarrow 0$			$\omega \rightarrow \infty$			$R_{sh}$	$1/h_1$	$1/h_2$	$L/\lambda$	$\lambda/L$
	$R_s+R_{sh}$	$ Z $	$K$	$R_s$	$ Z $	$K$					
50	1.2	0.34	2.94	-89.3	17.8	0.056	90.5	0.02	100	0.33	3
40	1.2	0.34	2.94	-87.0	17.4	0.057	88.2	0.025	100	0.33	3
30	1.2	0.34	2.94	-83.3	16.6	0.06	84.5	0.033	100	0.33	3

### 4. DISCUSSION

L'évolution du coefficient global d'échange thermique  $K$  dans les **Tableaux 1 et 2**, montre que le matériau kapok-plâtre est meilleur isolant thermique que le matériau filasse-plâtre.

Dans les mêmes conditions climatiques, le coefficient global d'échange thermique du matériau filasse-plâtre est supérieur à celui du kapok-plâtre. Ainsi, le kapok-plâtre est plus apte à une rétention de chaleur, ce qui lui profère de bonne caractéristique d'isolant thermique.

Le coefficient global d'échange thermique intègre à la fois des grandeurs physiques intrinsèques (conductivité thermique et diffusivité thermique) et extrinsèques (coefficients d'échange thermique, fréquence excitatrice, température du milieu ambiant) et traduit globalement les échanges et transfert de chaleur au niveau du matériau.

La résistance série négative traduit le mouvement d'une partie de la densité de flux de chaleur en sens inverse du sens imposé.

Les faibles valeurs du coefficient d'échange thermique à la face arrière favorisent des fuites de chaleur à partir de la résistance shunt.

La résistance shunt évacue la chaleur non emmagasinée par effet capacitif. Nous notons  $C_e$  la capacité équivalente du matériau kapok-plâtre ou filasse-plâtre. Le système étudié peut être modélisé par le circuit électrique ci-dessous.

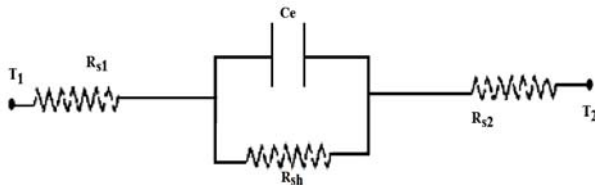


Fig. 6: Schéma électrique du système

L'impédance thermique du matériau a pour impédance équivalente dans le modèle électrique

$$Z = R_s + \frac{-jR_{sh}(R_{sh} \times C_e \times \omega + j)}{1 + R_{sh}^2 \times C_e^2 \times \omega^2} = R_s + \frac{R_{sh}}{1 + R_{sh}^2 \times C_e^2 \times \omega^2} - j \frac{R_{sh}^2 \times C_e \times \omega}{1 + R_{sh}^2 \times C_e^2 \times \omega^2} \quad (12)$$

Les valeurs limites des parties réelles (équations 13 et 14) et imaginaire (équation 15) correspondent aux résultats obtenus au niveau des représentations de Nyquist. Le sens d'évolution de la fréquence excitatrice sur les représentations de Nyquist confirme les phénomènes capacitifs des matériaux kapok-plâtre et filasse-plâtre.

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \operatorname{Re}(Z) = \lim_{\omega \rightarrow 0} \left[ R_s + \frac{R_{sh}}{1 + R_{sh}^2 \times Ce^2 \times \omega^2} \right] = R_s + R_{sh} \quad (13)$$

$$\lim_{\omega \rightarrow +\infty} \operatorname{Re}(Z) = \lim_{\omega \rightarrow +\infty} \left[ R_s + \frac{R_{sh}}{1 + R_{sh}^2 \times Ce^2 \times \omega^2} \right] = R_s \quad (14)$$

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \operatorname{Im}(Z) = \lim_{\omega \rightarrow 0} \left[ -\frac{R_{sh}^2 \times Ce \times \omega}{1 + R_{sh}^2 \times Ce^2 \times \omega^2} \right] = 0 \quad (15)$$

La capacité électrique équivalente  $C_e$ , traduisant les phénomènes d'emmagasinement d'énergie par le système, est déterminée à partir de la relation (16) où  $\omega_c$  est la fréquence de coupure correspondant au maximum de la partie imaginaire sur la représentation de Nyquist.

$$\omega_c = \frac{1}{R_{sh} \times Ce} \quad (16)$$

## 5. CONCLUSION

L'impédance thermique du matériau filasse-plâtre ou kapok-plâtre établi en régime dynamique fréquentiel a permis d'étudier les phénomènes de transfert de chaleur à travers ces matériaux à partir du coefficient global d'échange thermique.

Les valeurs limites du coefficient global d'échange thermique sont obtenues à partir des diagrammes de Bode.

Les représentations de Nyquist ont permis d'introduire des modèles électriques équivalents et une interprétation des échanges de chaleur à partir des résistances série et shunt.

## NOMENCLATURE

$C$  : Chaleur massique,  $m^2s^{-2}C^{-1}$

$L$  : Epaisseur du matériau, m

$h$  : Coefficient d'échange thermique,  $W.m^{-2}C^{-1}$

$T$  : Température,  $^{\circ}C$ , K

$T_{a1}$  : Température face avant matériau,  $^{\circ}C$

$R_s$  : Résistance série,  $W^{-1}.m^2C$

$R_{sh}$  : Résistance shunt,  $W^{-1}.m^2C$

$K$  : Coefficient d'échange thermique,  $W.m^{-2}C^{-1}$

$T(K) = T(^{\circ}C) + 273,15$

$T_{a2}$  : Température face arrière matériau,  $^{\circ}C$

Z : Impédance thermique, $W^{-1}.m^{2}.^{\circ}C$	Indice/exposant $i= 1, 2$ , externe
$\phi$ : Densité de chaleur, $W.m^{-2}$	$\lambda$ : Conductivité thermique, $W.m^{-1}.K^{-1}$
$\rho$ : Masse volumique, $kg.m^{-3}$	$\alpha$ : Coefficient de diffusivité, $m^{2}.s^{-1}$
$\omega$ : Fréquence excitatrice, $rad.s^{-1}$	

## REFERENCES

- [1] M.L. Voumbo, '*Contribution à l'Etude des Caractéristiques Thermophysiques des Matériaux Locaux: Application au Kapok*', Thèse de Doctorat d'Etat, FST/UCAD, Sénégal, Février 2008.
- [2] I. Diagne, M. Dieng, M. L Sow, A. Wereme, F. Niang and G. Sissoko, '*Estimation de la Couche d'Isolation Thermique Efficace d'un Matériau Kapok-Plâtre en Régime Dynamique Fréquentiel*', CIFEM2010, Edition Université de Rennes 1, pp. 394 – 399, 2010.
- [3] Y. Jannot, A. Degiovanni and G. Payet, '*Thermal Conductivity Measurement of Insulating Materials with A three Layers Device*', International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 52, N°5-6, pp. 1105 – 1111, 2009.
- [4] J.C Marechal and J.M. Devisme, '*Diffusivité Thermique des Matériaux de Construction: Méthode du Signal Périodique*', Annales I.T.B.T.P, N°357, Janvier 1978.
- [5] S. Gaye, F. Niang, I.K. Cisse, M. Adj, G. Menguy and G. Sissoko, '*Caractérisation des Propriétés Thermiques et Mécaniques du Béton de Polymère Recyclé*', Journal des Sciences, Vol. 1, N°1, pp. 53 - 66, 2001.
- [6] I. Diagne, M. Dieng, M.L. Sow, A. Wereme, F. Niang and G. Sissoko, '*Transfert de Chaleur en Régime Dynamique Fréquentiel dans un Matériau à Trois Dimensions: Etude de l'Impédance Dynamique*', CIFEM2010, Edition Université de Rennes 1, pp. 341 - 346, 2010.
- [7] A. Dieng, L. Ould Habiboulahy, A.S Maiga, A. Diao and G. Sissoko, '*Impedance Spectroscopy Method Applied to Electrical Parameters Determination on Bifacial Silicon Solar Cell Under Magnetic Field*', Journal des Sciences, Vol. 7, N°3, pp. 48-52, 2007.